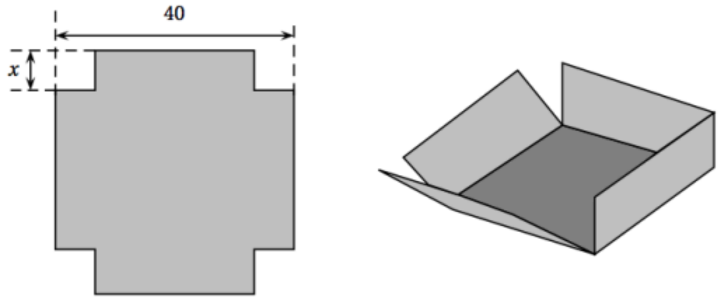
Spécialité Mathématiques en classe de Première - Évaluations

Spécialité Mathématiques en classe de Première - Évaluations 1
01 DM01 - Mise en boîte 2
02 DM02 - Étude de bénéfices 3
03 DM03 - Second degré, suites 4
04 DM04 - Second degré en situation(s) 5
05 DM05 - Probabilités conditionnelles 7
06 DM06 - Probabilités (v2) 8
07 DM07 - Dérivation locale (facultatif) 9
08 DM08 - Approximation affine 10
09 DM09 - Suites en situation 11
10 DM10 - Probabilités en situation 12
11 TD01 - Second degré 13
12 TD02 - Suites récurrentes - Évolution d'abonnés 15
13 TD03 - Probabilités conditionnelles 17
14 TD04 - Dérivation 19
15 TD05 - Étude de salaires 22
16 TD06 - Optimisation au rugby 23
17 TD07 - Probabilités et variable aléatoire 25
18 TD08 - Fonction exponentielle en situation 26
19 TD08 - Fonction exponentielle en situation (Correction) 27
20 DS01 - Second degré 29
21 DS02 - Second degré, suites 30
22 DS03 - Fonctions affines, suites numériques 32
23 DS04 - Second degré, probabilités 34
24 DS05 - Second degré, probabilités, trigonométrie, … 36
25 DS06 - Dérivation 39
26 DS07 - Dérivation, suites, probabilités 41
27 DS08 - Dérivation, suites, probabilités, etc 44
28 TEST01 - Second degré 48
29 TEST02 - Suites, v1 49
30 TEST03 - Second degré, signes 50
31 TEST04 - Probabilités conditionnelles 51
32 TEST05 - Trigonométrie 52
33 TEST06 - Dérivation 53
34 TEST07 - Suites, v2 54
35 TEST08 - Produit scalaire 55

DOC 01

DM01 - Mise en boîte

On dispose d'un carré en métal de 40 cm de côté. Pour construire une boîte parallélépipédique, on retire à chaque coin un carré de côté x cm et on relève les bords par pliage (voir figure).



On note f la fonction qui au nombre x associe le volume $f(x)$ en cm^3 de la boîte obtenue.

1. **a.** Déterminer l'ensemble de définition (autrement dit l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le volume $f(x)$ existe), noté I, de la fonction f.

   b. Calculer $f(5)$ et interpréter le sens concret de ce résultat.

2. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x pour $x \in \mathrm{I}$.

3. À l'aide de la trame de graphique suivant pour lequel les unités sont à préciser, tracer la courbe représentative de la fonction f pour $x \in \mathrm{I}$.

4. On répondra aux questions suivantes à l'aide de la représentation graphique de f avec la précision permise par ce graphique.

   On laissera apparents sur le graphique les pointillés utiles pour la lecture graphique.

   a. Donner les éventuels antécédents de 2 500 par f et interpréter le résultat.

   b. Pour quelles valeurs de x le volume de la boîte est-il inférieur à 2 000 cm^3 ?

   c. Quel volume maximum peut-on obtenir en fabriquant une boîte comme ceci ? Pour quelle valeur de x ce volume maximal est-il atteint ?

5. **a.** Déterminer graphiquement les solutions de $f(x) = 3\,000$.

   b. Déterminer, par tabulations successives, une valeur approchée à 10^{-2} près de(s) solution(s) de l'équation $f(x) = 3\,000$.

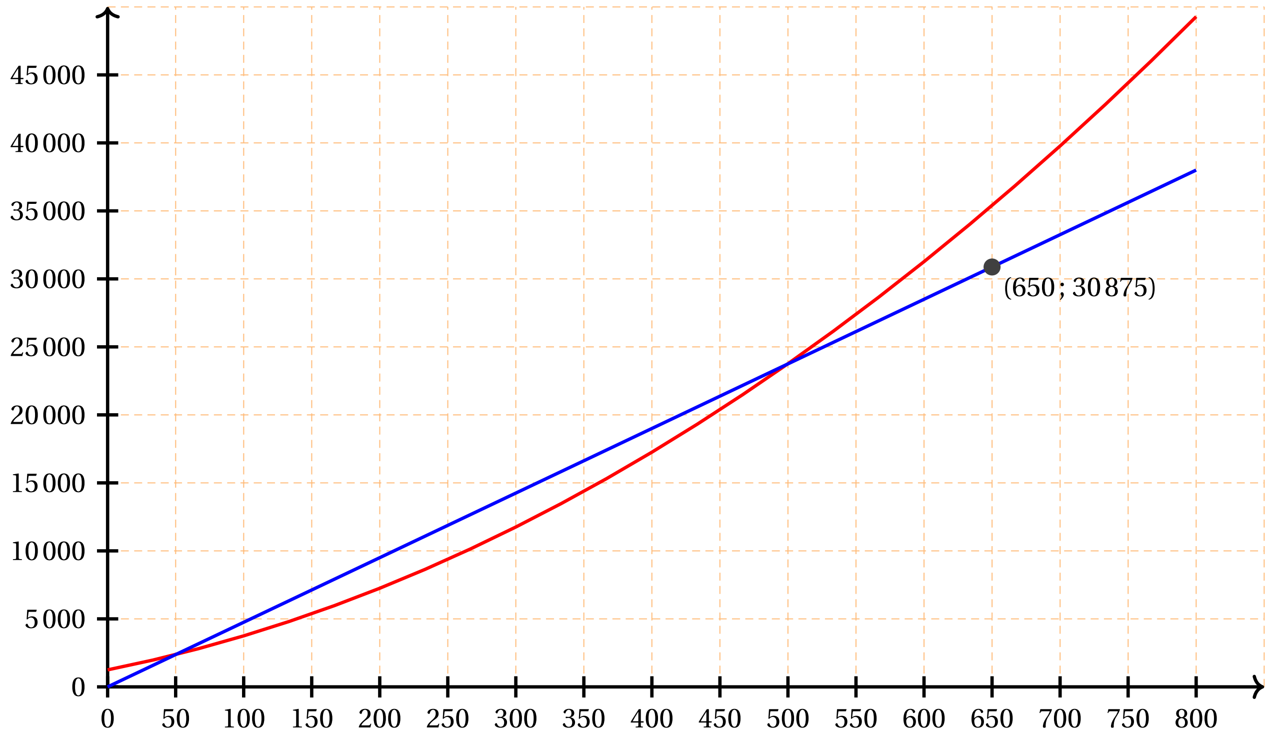
DOC 02

DM02 - Étude de bénéfices

Une entreprise fabrique des petits meubles. Pour des raisons de stockage, la production mensuelle x est comprise entre 0 et 800 unités.
Le coût total de fabrication mensuel, exprimé en euros, est donné par la fonction C définie sur $[0;800]$ par :

$$\mathrm{C}(x) = 0{,}05x^2 + 20x + 1\,250.$$

On a tracé ci-dessous la courbe de la fonction C ainsi que la droite $\mathcal{R}$ représentant la fonction recette, le tout dans un repère orthogonal.



1. À l'aide du graphique, déterminer le prix de vente exact de chaque meuble.
2. Calculer la recette, puis le bénéfice correspondant à 150 meubles fabriqués et vendus.
3. Graphiquement, sur quel intervalle l'entreprise réalise-t-elle des bénéfices ? Justifier.
4. **a.** Donner la recette mensuelle $\mathrm{R}(x)$, exprimée en euros, correspondant à x meubles vendus.
   b. En déduire le bénéfice mensuel $\mathrm{B}(x)$, exprimé en euros, correspondant à x meubles fabriqués et vendus.
5. **a.** Déterminer, en détaillant, la forme canonique de la fonction B.
   b. Déterminer, en justifiant, le nombre de meubles à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit maximal. Préciser la valeur de ce bénéfice maximal.
6. **a.** Résoudre l'équation $\mathrm{B}(x) = 0$.
   b. Déterminer la forme factorisée de $\mathrm{B}(x)$.
   NB : On pourrait ainsi retrouver, par calculs, le résultat de la question **3.** !
7. Déterminer, par la méthode de votre choix, les quantités de meubles à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit de :
   a. $-1\,250$ € ;
   b. $1\,000$ €.

DOC 03

DM03 - Second degré, suites

Exercice 1

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Son prix est à fixer entre 150 € et 800 €. Une étude de marché a permis d'estimer que le nombre de personnes disposées à acheter ce modèle au prix unitaire de x euros est $\text{N}(x) = -0{,}7x + 588$ pour $x \in [150\,;800]$.

1. **a.** Justifier que le chiffre d'affaires $\text{R}(x)$, en €, pour un prix x est $\text{R}(x) = -0{,}7x^2 + 588x$ pour $x \in [150\,;800]$.
   b. Pour ce modèle de lunettes, les frais fixes de fabrication sont de 10 000€, les frais variables de fabrication sont de 150 € par monture. Le coût total est donné par la formule $\text{C}(x) = 10\,000 + 150 \times \text{N}(x)$.
   Justifier que $\text{C}(x) = -105x + 98\,200$.
   c. En déduire le bénéfice algébrique $\text{B}(x)$ dégagé par la vente de montures au prix unitaire de x €.
2. **a.** Résoudre l'équation $\text{B}(x) = 0$ (arrondir au centime près).
   b. En déduire les solutions de l'inéquation $\text{B}(x) \geqslant 0$. Interpréter le résultat.
3. Déterminer, en justifiant, le bénéfice maximal ainsi que le prix de vente (arrondi au centième) le garantissant.

Exercice 2

Dans cet exercice, on s'intéresse à la modélisation de l'évolution de la population mondiale à partir de 1800, qui est estimée à 1 000 millions d'individus en 1800.

Partie A - Un premier modèle

On suppose que la population mondiale augmente (de manière régulière) de 41,1 millions d'individus tous les 5 ans. On note (u_n) la suite modélisant la population mondiale, en millions, l'année $1800 + 5n$, avec $u_0 = 1\,000$.

1. Calculer u_1 et u_2. Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une estimation de la population mondiale en 1930.
   b. Faire de même pour la population mondiale en 2020. Ce résultat semble-t-il être cohérent avec les 7 700 millions d'individus en 2019 ?

Partie B - Un second modèle

On suppose de ce fait que le modèle précédent n'est valable que jusque 1930, année pour laquelle la population mondiale était d'environ 2 070 millions d'individus. À partir de 1930, on considère que la population mondiale augmente (de manière régulière) de 8,17 % tous les 5 ans. On note (v_n) la suite modélisant la population mondiale, en millions, l'année $1930 + 5n$, avec en particulier $v_0 = 2\,070$.

1. Calculer v_1 et v_2. Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
3. **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une estimation de la population mondiale en 2000.
   b. Faire de même pour la population mondiale en 2020. Ce résultat semble-t-il de nouveau être cohérent ?

Partie C - Utilisation d'un tableur

On souhaite, sur un tableur, calculer les termes successifs des suites (u_n) et (v_n) sur leur domaine de validité.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	n	u_n		Année	n	v_n
2	1800	0	1000		1930	0	2070
3		1				1	
4		2				2	

1. Quelles formules, à recopier, doit-on rentrer dans les cellules A3 et E3 afin d'afficher les années d'étude ?
2. Quelles formules, à recopier, doit-on rentrer en C3 et G3 afin d'afficher l'estimation de la population ?

DOC 04

DM04 - Second degré en situation(s)

Exercice 1 - En SES

Une entreprise fabrique des composants électroniques. Sa production mensuelle est inférieure à 12 000 articles. Le coût total mensuel, en milliers d'euros, pour produire x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $[0;12]$ par $\mathrm{C}(x) = 0{,}6x^2 - 0{,}62x + 18{,}24$. Chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 7 €.

1. L'entreprise a produit et vendu 4 000 articles en mai 2018 et 6 500 articles en juin 2018.

   Le bénéfice a-t-il été plus important au mois de juin ?

2. On note $\mathrm{R}(x)$ le montant, en milliers d'euros, de la recette mensuelle pour x milliers d'articles vendus.

   Exprimer $\mathrm{R}(x)$ en fonction de x.

3. Tracer soigneusement, dans le repère donné en annexe (les unités sont à préciser), les courbes représentatives $\mathcal{C}$ et $\mathcal{R}$ des fonctions C et R.

4. Avec la précision permise par le graphique, déterminer :

   a. l'intervalle dans lequel doit se situer x pour que le bénéfice mensuel réalisé soit positif ;

   b. la valeur de x pour laquelle le bénéfice mensuel est maximal.

5. On note $\mathrm{B}(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.

   a. Vérifier que, pour tout $x \in [0;12]$, on a $\mathrm{B}(x) = -0{,}6x^2 + 7{,}62x - 18{,}24$.

   b. Étudier le signe de $\mathrm{B}(x)$ et les variations de la fonction B sur $[0;12]$.

6. En déduire le nombre d'articles que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice mensuel :

   a. positif ;

   b. maximal.

Exercice 2 - En programmation

On considère la fonction suivante en python qui fait intervenir une fonction f polynôme du second degré :

Code Python
```python
def point_f(x,y) :
    if y == 3*x**2-x-2 :
        return True
    else :
        return False
```

1. Donner une expression de $f(x)$.

2. On appelle la fonction `point_f` avec les paramètres `x=-1/3` et `y=-29/3`. Que renvoie-t-elle ?

3. On appelle la fonction `point_f` avec les paramètres `x=-1` et `y=2`. Que renvoie-t-elle ?

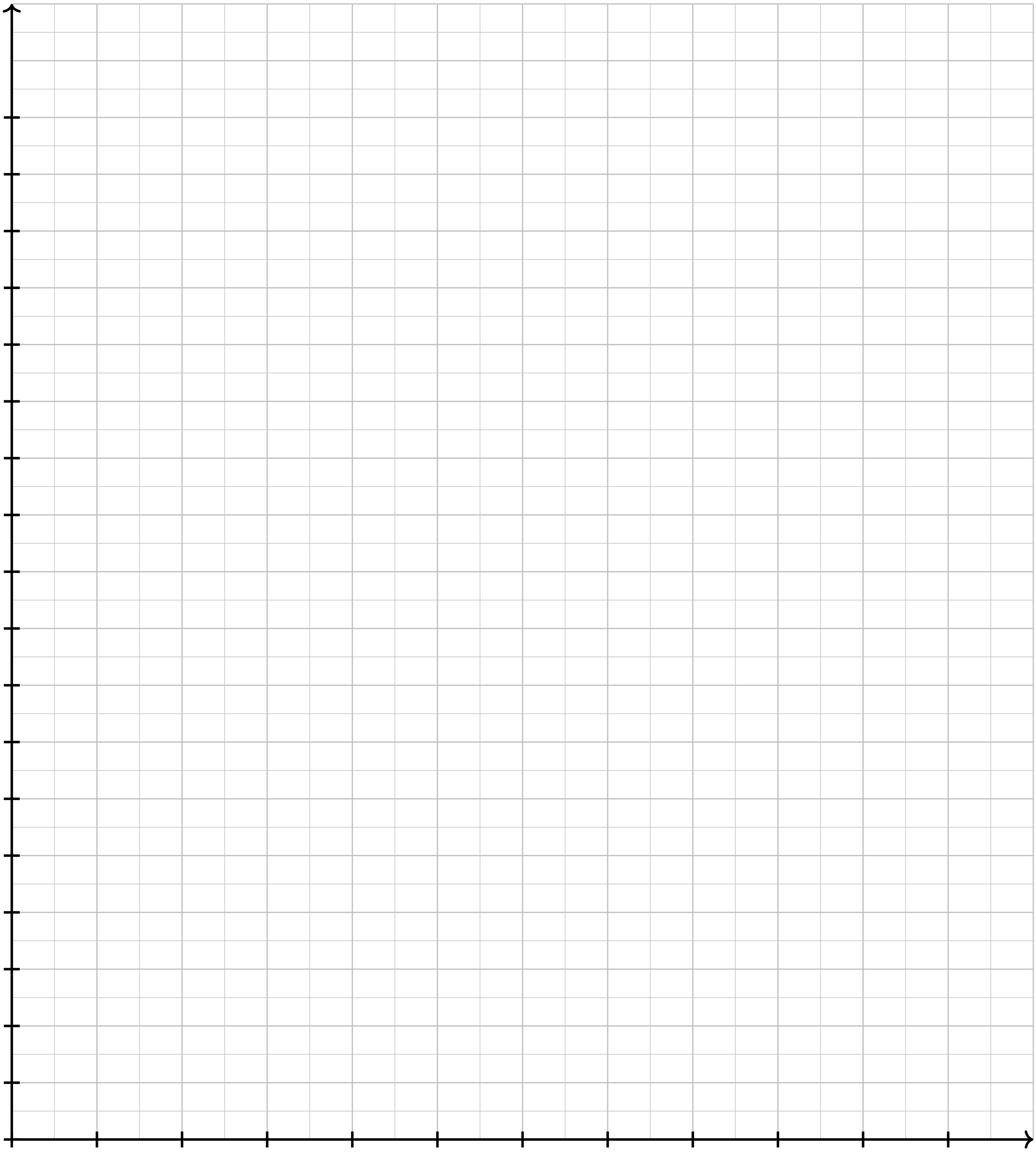
4. Préciser le rôle de cette fonction en python.

5. Déterminer la forme factorisée de f.

6. **a.** L'utilisateur a choisi `0` pour `y` et la fonction en python a renvoyé le booléen `True`. Quelle(s) valeur(s) de `x` l'utilisateur a-t-il pu choisir ? Justifier.

   b. L'utilisateur a choisi `-2` pour `y` et la fonction en python a renvoyé le booléen `True`. Quelle(s) valeur(s) de `x` l'utilisateur a-t-il pu choisir ? Justifier.

Exercice 1 - Annexe



DOC 05

DM05 - Probabilités conditionnelles

Exercice 1

Une entreprise conditionne du sucre blanc provenant de deux exploitations U et V en paquets de 1 kg et de différentes qualités. Le sucre extra fin est conditionné séparément dans des paquets portant le label « extra fin ».

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

On sait que 3 % du sucre provenant de l'exploitation U est extra fin et 5 % du sucre provenant de l'exploitation V est extra fin. On prélève au hasard un paquet de sucre dans la production de l'entreprise et, dans un souci de traçabilité, on s'intéresse à la provenance de ce paquet.

On considère les évènements suivants :

- U : « Le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation U » ;
- V : « Le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation V » ;
- E : « Le paquet porte le label "extra fin" ».

1. Dans cette question, on admet que l'entreprise fabrique 30 % de ses paquets avec du sucre provenant de l'exploitation U et les autres avec du sucre provenant de l'exploitation V, sans mélanger les sucres des deux exploitations.

  a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.

  b. Quelle est la probabilité que le paquet prélevé porte le label « extra fin » ?

  c. Sachant qu'un paquet porte le label « extra fin », quelle est la probabilité que le sucre qu'il contient provienne de l'exploitation U ?

2. L'entreprise souhaite modifier son approvisionnement auprès des deux exploitations afin que, parmi les paquets portant le label « extra fin », 30 % d'entre eux contiennent du sucre provenant de l'exploitation U. On cherche à déterminer comment elle doit s'approvisionner auprès des exploitations U et V.

On ne connaît donc pas, dans cette question, P(U), et on va noter $P(U) = x$.

  a. Construire, à l'aide de x, un arbre de pondéré représentant la situation.

  b. Déterminer, en détaillant la démarche, les valeurs de P(U) et de P(V).

Exercice 2

Une urne contient cinq bulletins verts et trois bulletins bleus. Lucien a écrit le script `python` d'une fonction `tirage`.

Code Python

```python
from random import randint
def tirage():
    tirage=[]
    for i in range(2):
        if randint(1,8)<=3:
            tirage.append("bleu")
        else :
            tirage.append("vert")
    return(tirage)
```

1. Que renvoie cette fonction ?

2. Quelle est la probabilité que cette fonction renvoie `['bleu','bleu']` ?

Bonus Modifier le script de la fonction `tirage` pour qu'elle renvoie le nombre de bulletins bleus obtenus lors de deux tirages avec remise dans l'urne.

DOC 06

DM06 - Probabilités (v2)

Exercice 1

Lors d'une course cyclosportive, 70 % des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés. Aucun participant n'abandonne la course.
Parmi les licenciés, 66 % font le parcours en moins de 5 heures ; les autres en plus de 5 heures.
Parmi les non licenciés, 83 % font le parcours en plus de 5 heures ; les autres en moins de 5 heures.
On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- L l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » et $\overline{L}$ son évènement contraire,
- M l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures » et $\overline{M}$ son évènement contraire.

1. À l'aide des données de l'énoncé préciser les valeurs de P(L), $P_L(M)$ et $P_L\left(\overline{M}\right)$.
2. Construire un arbre pondéré suivant représentant la situation.
3. Calculer la proba. que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 h.
4. Justifier que $P(M) = 0{,}513$.
5. Un organisateur affirme qu'au moins 90 % des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
6. Un journaliste interroge indépendamment trois cyclistes au hasard. On suppose le nombre de cyclistes suffisamment important pour assimiler le choix de trois cyclistes à un tirage aléatoire avec remise.

   Calculer la probabilité qu'exactement deux des trois cyclistes aient réalisé le parcours en moins de 5 h.

Exercice 2

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture. On note :

- R l'évènement : « la voiture achetée est une routière » ;
- B l'évènement : « la voiture achetée est une break » ;
- E l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;
- D l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait, de plus, que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.
- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité $p(R)$ de l'événement R ?
2. a. Construire l'arbre de probabilité (qui sera complété petit à petit).
   b. Démontrer que $p_R(D) = 0{,}42$.
   c. Calculer $p(D)$.
3. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on s'intéresse au prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée. Compléter le tableau suivant :

Version	Routière		Break	
Motorisation	Essence	Diesel	Essence	Diesel
x_i : prix de vente (en milliers d'€)	15	18	17	20
p_i : probabilité		0,273		

   Calculer le prix de vente moyen des voitures achetées.

DOC 07

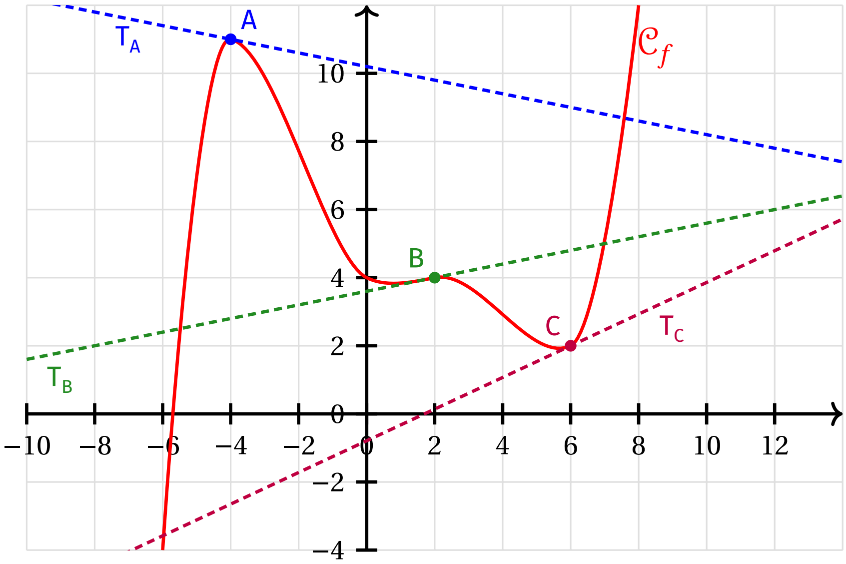
DM07 - Dérivation locale (facultatif)

Exercice 1

Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ passe par les points $A(-4\,;11)$, $B(2\,;4)$ et $C(6\,;2)$.

Les nombres dérivés de f en -4, en 2 et en 6 sont respectivement égaux à $-\frac{1}{5}$, à $\frac{1}{5}$ et à 0,465.

On appelle T_A, T_B et T_C les tangentes à $\mathcal{C}_f$ respectivement en A, en B et en C.



1. Déterminer l'équation réduite de chacune des tangentes T_A, T_B et T_C.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites T_A et T_B.

b. Les trois tangentes T_A, T_B et T_C sont-elles concourantes ? Justifier.

Exercice 2

On donne une capture d'écran obtenue à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

Résultats obtenus avec un logiciel de Calcul Formel

1 f(x):=sqrt(x+8)

$x \longmapsto \sqrt{x+8}$ MENU

2 limite((f(1+h)-f(1))/h,h,0)

$\frac{1}{6}$ MENU

3 tangente(f,1)

$y = \frac{1}{6}x + \frac{17}{6}$ MENU

1. Que permet de déterminer la commande saisie en L2 ?

2. **a.** Que permet de déterminer la commande saisie en L3 ?

b. Justifier, par calculs, le résultat obtenu à la ligne L3.

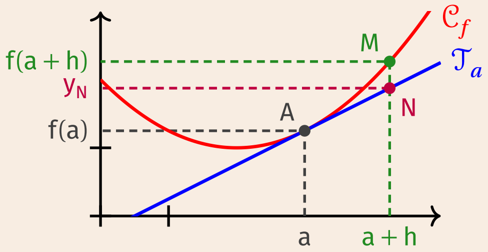
Bonus : Justifier, par calculs, le résultat obtenu à la ligne L2.

DOC 08

DM08 - Approximation affine

Idée

Dans ce DM, on va travailler sur l'**approximation affine** (notée **AP**) d'une fonction au *voisinage* d'un point. On considère une fonction f définie sur un intervalle I contenant un réel a. Les résultats vus au chapitre 07 ont permis de mettre en évidence le fait que si f était dérivable en a, alors la courbe $\mathcal{C}_f$ est *très proche* de la tangente $\mathcal{T}_a$ autour du point A de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a.



On sait que $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$.

Donc pour h proche de 0, $\underbrace{f(a+h)}_{y_M}$ est proche de $\underbrace{f'(a)\times h + f(a)}_{y_N}$.

Autrement dit, on a $f(a+h) \approx f'(a)\times h + f(a)$.

On obtient donc une **approximation affine** de f au voisinage de a : $\boxed{\boldsymbol{f(a+h) \approx f'(a)\times h + f(a)}}$.

Exemple

Par exemple, si on considère la fonction $f(x) = x^2$ au voisinage de $a = 3$:

- on a $f(3) = 3^2 = 9$;
- de plus on sait que $f'(x) = 2x$ de sorte de $f'(3) = 2\times 3 = 6$;
- une approximation affine de f au voisinage de $a = 3$ est donc $f(3+h) \approx f'(3)\times h + f(3) \approx 6h+9$;
- en « revenant » à l'expression de f, on obtient donc finalement $(3+h)^2 \approx 6h+9$ pour h très petit.

Ainsi, on peut exploiter le résultat précédent :

- pour $h = 0{,}01$ on obtient $f(3{,}01) \approx 6\times 0{,}01 + 9$ soit $3{,}01^2 \approx 9{,}06$ en sachant que $3{,}01^2 = 9{,}0601$!
- pour $h = 0{,}001$ on obtient $f(3{,}001) \approx 6\times 0{,}001 + 9$ soit $3{,}001^2 \approx 9{,}006$ en sachant que $3{,}001^2 = 9{,}006001$!

À vous de jouer n°1

On s'intéresse à la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$, au voisinage de $a = 2$.

1. Rappeler la formule donnant $f'(x)$.
2. Démontrer qu'une approximation affine de f au voisinage de $a = 2$ est donnée par $(2+h)^3 \approx 12h+8$.
3. En déduire, en utilisant l'AP précédente, une valeur approchée de $2{,}1^3$ puis de $1{,}99^3$.

À vous de jouer n°2

On s'intéresse à la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x}$, au voisinage de $a = 4$.

1. Rappeler la formule donnant $g'(x)$.
2. En utilisant l'**AP** de g au voisinage de $a = 4$, déterminer une valeur approchée de $\sqrt{4+h}$ pour h petit.
3. En déduire, en utilisant l'approximation affine, une valeur approchée de $\sqrt{4{,}1}$ puis de $\sqrt{3{,}999}$.

À vous de jouer n°3

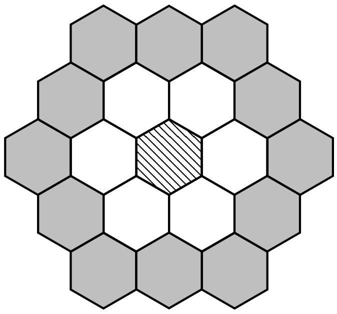
On s'intéresse à la fonction k définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ par $k(x) = \dfrac{1}{x^2}$, au voisinage de $a = 1$.

1. Rappeler la formule donnant $k'(x)$.
2. En utilisant l'**AP** de k au voisinage de $a = 1$, donner une valeur approchée de $\dfrac{1}{(1+h)^2}$ pour h très petit.
3. En déduire, en utilisant l'approximation affine précédente, une valeur approchée de $\dfrac{1}{1{,}1^2}$ puis de $\dfrac{1}{0{,}99^2}$.

DOC 09

DM09 - Suites en situation

Exercice 1 .... (Une histoire de carrelage)



Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce.
Le carrelage choisi a une forme hexagonale.
L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.

On note u_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n-ième étape ($n \geqslant 1$).
Ainsi $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$.

1. Quelle est la valeur de u_3 ?

2. **a.** Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n). Préciser ses éléments caractéristiques.

b. Exprimer u_n en fonction de n.

3. **a.** Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ?

b. Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?

4. On pose $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$. Montrer que $S_n = 3n^2 + 3n$.

5. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la n-ième étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$.

À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2 977$^{\text{e}}$ carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?

Exercice 2 .... (Une histoire de livret)

À la naissance de Lisa, sa grand-mère a placé la somme de 5 000 euros sur un compte et cet argent est resté bloqué pendant 18 ans.
Lisa retrouve dans les papiers de sa grand-mère l'offre de la banque :

Offre
Intérêts composés au taux annuel constant de 3 %.
À la fin de chaque année le capital produit 3 % d'intérêts qui sont intégrés au capital.

On considère que l'évolution du capital acquis, en euro, peut être modélisée par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le capital acquis, en euro, n années après la naissance de Lisa.
On a ainsi $u_0 = 5\,000$.

1. Montrer que $u_1 = 5\,150$ et $u_2 = 5\,304{,}5$.

2. **a.** Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
En déduire la nature de la suite (u_n) en précisant sa raison et son premier terme.

b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

3. Calculer le capital acquis par Lisa à l'âge de 18 ans. Arrondir au centime.

4. Si Lisa n'utilise pas le capital dès ses 18 ans, quel âge aura-t-elle quand celui-ci dépassera 10 000 euros ?

DOC 10

DM10 - Probabilités en situation

Exercice 1 .... (Une histoire d'assurance et de coque)

Un magasin de téléphonie mobile lance une offre sur ses smartphones de la marque Pomme vendus à 800 € : il propose une assurance complémentaire pour 50 € ainsi qu'une coque à 20 €.
Ce magasin a fait les constatations suivantes concernant les acheteurs de ce smartphone :

- 40 % des acheteurs ont souscrit à l'assurance complémentaire ;
- parmi les acheteurs qui ont souscrit à l'assurance complémentaire, 20 % ont acheté en plus la coque ;
- parmi les acheteurs qui n'ont pas souscrit à l'assurance complémentaire, deux sur trois n'ont pas acheté la coque.

On interroge au hasard un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme. On note :

- A l'évènement : « le client a souscrit à l'assurance complémentaire » ;
- C l'évènement : « le client a acheté la coque ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'exercice.
2. Calculer la probabilité que le client ait souscrit à l'assurance complémentaire et ait acheté la coque.
3. Montrer que $P(C) = 0,28$.
4. Le client interrogé a acheté la coque. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas souscrit à l'assurance complémentaire ?
5. Déterminer la dépense moyenne d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.

   On pourra noter X la variable aléatoire qui représente la dépense en euros d'un client de ce magasin ayant acheté un smartphone de la marque Pomme.

Exercice 2 .... (Une histoire de parfum)

Un parfumeur propose l'un de ses parfums, appelé *Fleur Rose*, et cela uniquement avec deux contenances de flacons : un de 30 ml ou un de 50 ml. Pour l'achat d'un flacon *Fleur Rose*, il propose une offre promotionnelle sur un autre parfum appelé *Bois d'ébène*.
On dispose des données suivantes :

- 58 % des clients achètent un flacon de parfum *Fleur Rose* de 30 ml et, parmi ceux là, 24 % achètent également un flacon du parfum *Bois d'ébène* ;
- 42 % des clients achètent un flacon de parfum *Fleur Rose* de 50 ml et, parmi ceux là, 13 % achètent également un flacon du parfum *Bois d'ébène*.

On admet qu'un client donné n'achète qu'un seul flacon de parfum *Fleur Rose* (soit en 30 ml soit en 50 ml), et que s'il achète un flacon du parfum *Bois d'ébène*, il n'en achète aussi qu'un seul flacon.
On choisit au hasard un client achetant un flacon du parfum *Fleur Rose*. On considère les évènements suivants :

- F : « le client a acheté un flacon *Fleur Rose* de 30 ml » ;
- B : « le client a acheté un flacon *Bois d'ébène* ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'exercice.
2. Calculer la probabilité $p(F \cap B)$.
3. Calculer la probabilité que le client ait acheté un flacon *Bois d'ébène* .
4. Un flacon *Fleur Rose* de 30 ml est vendu 40 €, un flacon *Fleur Rose* de 50 ml est vendu 60 € et un flacon *Bois d'ébène* 25 €. On note X la variable aléatoire correspondant au montant total des achats par un client du parfum *Fleur Rose*.

   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

DOC 11

TD01 - Second degré

Exercice 1

1. Déterminer la forme canonique et le tableau de variations des trinômes suivants :
   a. $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$.
   b. $g(x) = -6x^2 + 9x + 13$.
   c. $h(x) = 0{,}5x^2 - 10x$.
2. Déterminer le discriminant, les éventuelles racines et l'éventuelle factorisation des trinômes suivants :
   a. $f(x) = 7x^2 - 7x + 8$.
   b. $g(x) = -x^2 + 10x - 25$.
   c. $h(x) = -2x^2 + x + 1$.
3. Résoudre les équations suivantes :
   a. $2x^2 - 12x + 10 = 0$.
   b. $-2x^2 + 4x - 6 = 0$.
   c. $0{,}25x^2 + 3{,}5x + 12{,}25 = 0$.

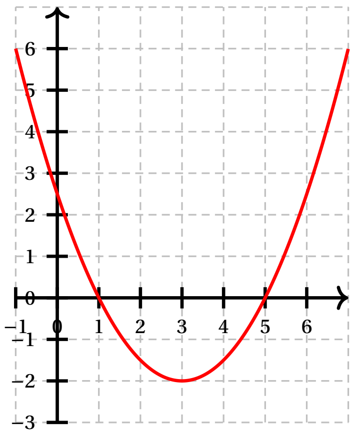
Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

1. $(x-3)(x^2 + 6x + 5) = 0$.
2. $3x^2 + 4x - 5 = x^2 + 4x + 3$.
3. $\dfrac{3}{x+5} = x - 3$ (pour $x \neq -5$).

Exercice 3

On donne ci-dessous la courbe représentative d'un polynôme du second degré $f(x)$.

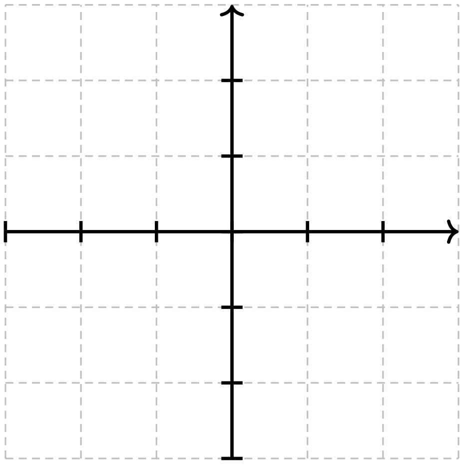


1. *Aucun calcul n'est attendu dans cette première question.*
   a. Donner les valeurs de α, β et des racines si elles existent (inutile de justifier).
   b. Sans faire de calcul, que peut-on dire du coefficient a ? Justifier.
   c. Sans faire de calcul, que peut-on dire de Δ ? Justifier.
2. Déterminer une expression de la fonction $f(x)$:
   a. en utilisant la forme canonique (pour α, β) et un point autre que le sommet (pour a) ;
   b. en utilisant la forme factorisée (pour x_1, x_2) et un point autre que les racines (pour a).

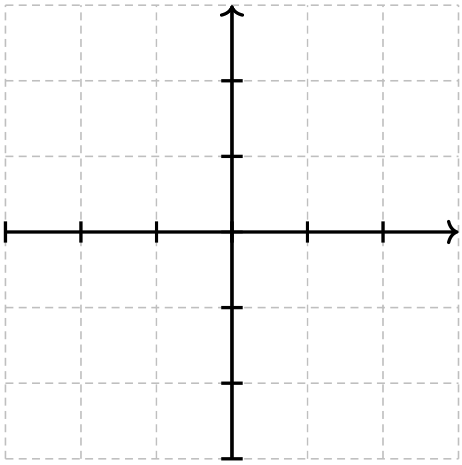
Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, tracer une parabole représentant un trinôme ($ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$) dont on donne certaines caractéristiques.

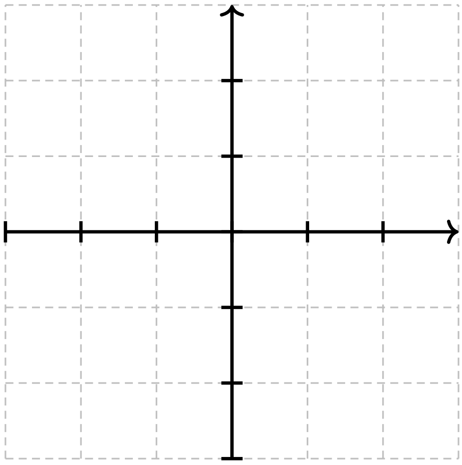
1. $\Delta = 0$ et $a > 0$:



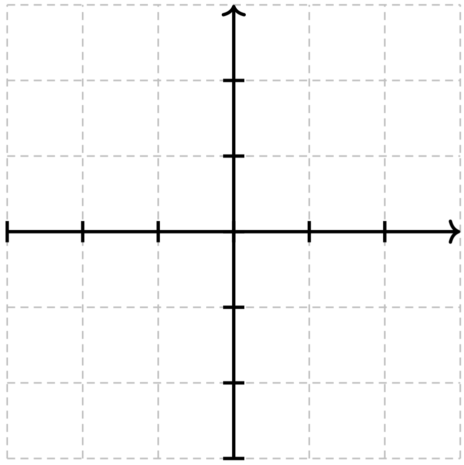
2. $\Delta > 0$ et $a > 0$:



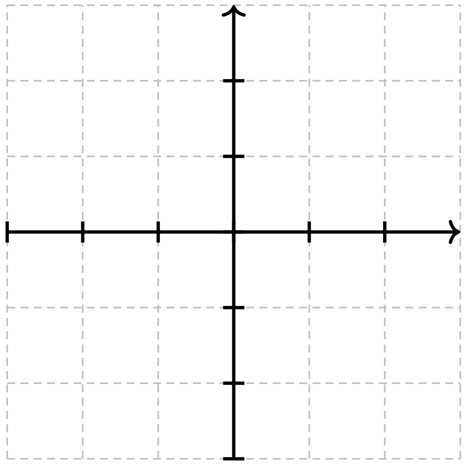
3. $\Delta < 0$ et $a > 0$:



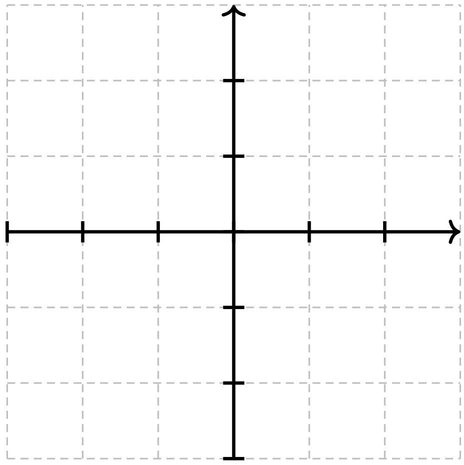
4. $\Delta = 0$ et $a < 0$:



5. $\Delta > 0$ et $a < 0$:



6. $\Delta < 0$ et $a < 0$:



DOC 12

TD02 - Suites récurrentes - Évolution d'abonnés

Cadre

Un youtubeur compte 75 abonnés le 1er janvier 2019. Il remarque que, *chaque mois*, il en conserve 60 % et 100 nouvelles personnes le suivent. On souhaite modéliser l'évolution de son nombre d'abonnés.

Manipulation - Questions préliminaires

1. Montrer que le nombre d'abonnés au 1er février 2019 est 145.

2. On modélise la situation par une suite (u_n), où u_n est le nombre d'abonnés n mois après janvier 2019.

- **a.** Déterminer u_0, u_1 puis montrer que $u_2 = 187$.
- **b.** Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, on a la relation $u_{n+1} = 0{,}6u_n + 100$.

Manipulation - À l'aide d'un tableur

1. **a.** À l'aide d'un tableur et en utilisant le modèle suivant (*à faire vérifier par le professeur*), faire afficher les 30 premiers termes de la suite (u_n).

	A	B
1	n	u_n
2	0	
3	1	
4	2	

b. Préciser les valeurs ou formules nécessaires à la création de cette feuille de classeur.

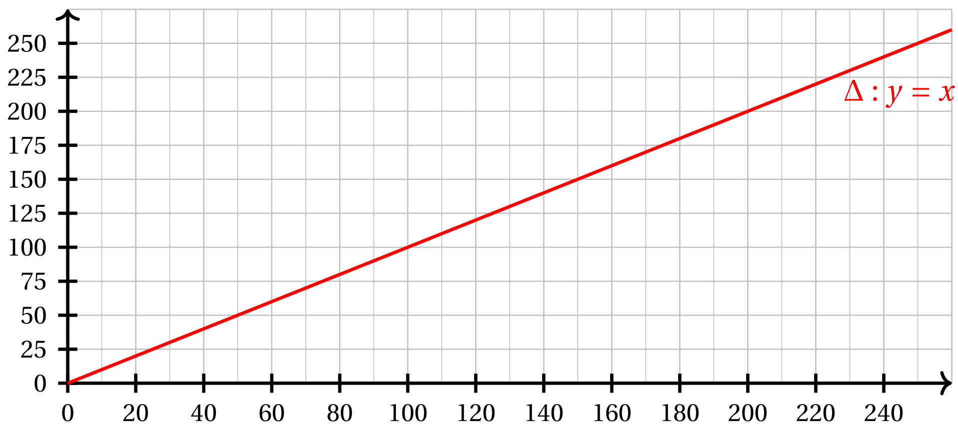
2. Comment évolue le nombre d'abonnés ? Vers quelle valeur semble *tendre* le nombre d'abonnés lorsque n devient très grand ?

3. À partir de combien de mois le youtubeur va-t-il dépasser 230 abonnés ? Justifier en utilisant le tableur.

Manipulation - Graphiquement

1. Déterminer l'expression de la fonction f telle que $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. En utilisant le graphique suivant, représenter (soigneusement) la courbe de la fonction f précédemment trouvée ainsi que les 6 ou 7 premiers termes de la suite (u_n) obtenus à l'aide de la technique de la « toile ».



3. Expliquer comment on peut retrouver graphiquement les résultats de la question **2.** de la partie **tableur**.

Manipulation - Par algorithme

1. **a.** Compléter l'algorithme suivant, en pseudo-code, afin qu'il permette de calculer et d'afficher le terme d'indice n (saisi par l'utilisateur) de la suite (u_n) :

Pseudo-Code

```
Algorithme : CALCUL DU TERME D'INDICE n
Variables : u = réel ; n = entier ; i = entier
Début
    Afficher("Saisir l'indice n : ") et Saisir(n)
    u ← ...
    Pour i allant de 1 à ... Faire
        u ← ...........
    FinPour
    Afficher(...)
Fin
```

b. Compléter l'algorithme python suivant afin qu'il réponde également au problème précédent :

Code Python

```python
#calcul du terme d'indice n
n = int(input("Saisir l'indice n : "))
u = ...
for i in range(1,...):
    u = .........
print(...)
```

On pourra créer (en utilisant EduPython ou Thonny ou le site https://console.basthon.fr), un script et le charger dans la console en vérifiant des valeurs numériques obtenues précédemment (*à faire vérifier par le professeur*).

2. **a.** Compléter l'algorithme suivant afin qu'il détermine au bout de combien de mois le nombre d'abonnés sera supérieur à 230 :

Pseudo-Code

```
Algorithme : SEUIL 230
Variables : u = réel ; n = entier
Début
    n ← ...
    u ← ...
    TantQue u ...... Faire
        u ← .........
        n ← n + 1
    FinTantQue
    Afficher(...)
Fin
```

b. Le transcrire sur python et, une fois exécuté via EduPython ou Thonny ou le site https://console.basthon.fr, vérifier que le résultat est le même que celui obtenu dans la partie **tableur** à la question **3.** :

Code Python

```python
#détermination du seuil 230
.
.
.
.
.
.
```

DOC 13

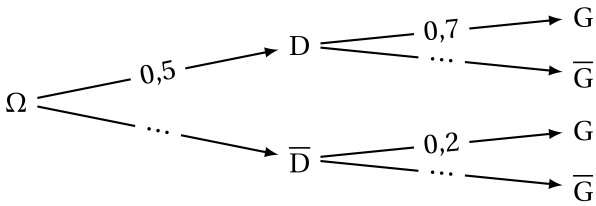
TD03 - Probabilités conditionnelles

Exercice 1

Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu. Un jour l'une des deux est déréglée. Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des consoles et il joue une partie sur cette console. On note :
   - D l'évènement « le joueur choisit la console déréglée » et $\overline{D}$ l'évènement contraire ;
   - G l'évènement « le joueur gagne la partie » et $\overline{G}$ l'évènement contraire.

   Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant :



   a. Compléter l'arbre de probabilités précédent.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».

   c. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».

   d. Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à 0,45.

   e. Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.

2. Les événements D et G sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 2

Un nouveau bachelier souhaitant souscrire un prêt automobile pour l'achat de sa première voiture, a le choix entre les trois agences bancaires de sa ville : agence A, agence B et agence C. Après vérification, on a constaté que :
- 20 % des prêts sont souscrits dans l'agence A,
- 45 % des prêts sont souscrits dans l'agence B,
- les autres prêts étant souscrits dans l'agence C.

On suppose que tous les clients souscrivent à une assurance dans l'agence où le prêt est souscrit.
Deux types de contrats sont proposés : le contrat tout risque, dit *Zen* et le deuxième contrat appelé *Speed*.

80 % des clients de l'agence A ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
30 % des clients de l'agence B ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
$^2/_7$ des clients de l'agence C ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Speed*.

On interroge au hasard un client d'une de ces trois banques ayant souscrit un contrat d'assurance auto. Soit :
A : « le prêt a été souscrit dans l'agence A »,
B : « le prêt a été souscrit dans l'agence B »,
C : « le prêt a été souscrit dans l'agence C »,
Z : « le contrat d'assurance *Zen* a été souscrit »,
S : « le contrat d'assurance *Speed* a été souscrit ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt avec une assurance *Zen* dans l'agence A.

3. Vérifier que la probabilité de l'évènement Z est égale à 0,545.

4. Le client a souscrit une assurance *Zen*. Déterminer la probabilité que le prêt soit souscrit dans l'agence C.

Exercice 3

Un site Internet offre la possibilité à des particuliers de vendre des objets aux enchères. Pour chaque objet, la durée des enchères dure une semaine. Si une annonce reçoit une enchère, alors la vente de l'objet est obligatoire à la fin des enchères et ce, même si le vendeur juge le prix de vente trop peu élevé.
Sur ce site une étude statistique a montré que :

- 3/5 des annonces reçoivent une première enchère le lendemain de leur parution ; dans ce cas, 75 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final ;
- 1/3 des annonces reçoit une première enchère au bout de trois jours et, dans ce cas, 57 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final de leur objet ;
- les autres annonces ne reçoivent aucune enchère et le vendeur retire alors son objet de la vente.

On choisit au hasard une annonce mise en ligne sur le site. On note :

- L : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère le lendemain de sa parution » ;
- T : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère au bout de trois jours » ;
- A : l'évènement « l'annonce ne reçoit aucune enchère » ;
- S : l'évènement « le vendeur est satisfait du prix de vente final de son objet » et $\overline{S}$ son évènement contraire.

1. Traduire la situation par un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité que l'annonce ait reçu une première enchère le lendemain de sa parution et que le vendeur soit satisfait du prix de vente final.
3. Démontrer que la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix de vente de son objet est 0,64.
4. Un objet est vendu à un prix qui satisfait son vendeur. Quelle est la probabilité que cet objet ait reçu une première enchère dès le lendemain de la parution de l'annonce (le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au centième) ?
5. Marc a mis en vente le même jour trois jeux vidéo identiques sur ce site. On suppose que les déroulements des enchères sont indépendants les uns des autres.

   Calculer la probabilité qu'à la fin des enchères, Marc soit satisfait du prix de vente de tous ses jeux vidéo.

Exercice 4

Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs. Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique.
Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.
On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables. On note :

- L : l'évènement « le chocolat choisi est au lait » ;
- N : l'évènement « le chocolat choisi est noir » ;
- B : l'évènement « le chocolat choisi est blanc » ;
- A : l'évènement « le chocolat choisi est garni de praliné » ; et $\overline{A}$: « le chocolat choisi est garni de caramel ».

1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilités, qui sera complété au fil des questions.
2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.
3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.
4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné. Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à 0,7.
5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.

   a. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.

   b. En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.

DOC 14

TD04 - Dérivation

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

1. Déterminer (sans se soucier de l'ensemble de dérivabilité) la dérivée des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 5$;

b. $g(x) = 12x + 5 + \dfrac{4}{x}$;

c. $h(x) = 7\sqrt{x} + \dfrac{2}{x^2}$.

2. En utilisant les formules de dérivation du produit, du quotient et composée, déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

a. $f(x) = \dfrac{4x+5}{x-2}$; ☞ *on essayera de simplifier le numérateur...*

b. $g(x) = (3x^2 + 5x + 1)(x^2 + 1)$; ☞ *il n'est pas nécessaire de développer/simplifier...*

c. $h(x) = 10\sqrt{3x+5}$.

Exercice 2

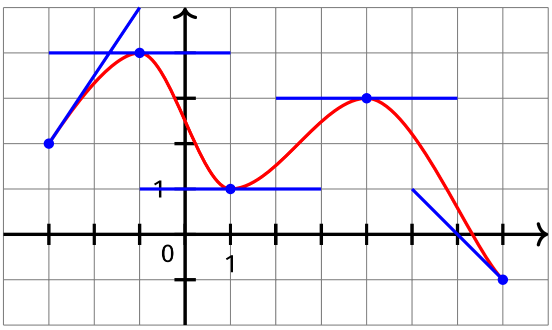
1. En utilisant la calculatrice, déterminer (en valeur exacte, ou au millième) les nombres dérivés suivants :

a. $f'(4)$ avec $f(x) = \dfrac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$;

b. $g'(-1)$ avec $g(x) = \sqrt{3 + \dfrac{1}{x^2}}$;

c. $h'(12)$ avec $h(x) = (2x+1)\sqrt{2x+1}$.

2. On donne la courbe d'une fonction f définie sur $[-3;7]$.



a. Expliquer pourquoi la fonction f semble être dérivable sur $[-3;7]$.

b. Déterminer, à l'aide des informations figurant sur le graphique :

- $f(-3)$ et $f'(-3)$; $f(4)$ et $f'(4)$;
- une équation de $\mathcal{T}_7$, tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 7 ;
- les intervalles sur lesquels $f'(x) \geqslant 0$.

3. Justifier – par calculs – le résultat suivant, obtenu à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

1	f(x) := (2 * x + 1) * *3
	$x \mapsto (2x+1)^3$ MENU
2	f'(3)
	294 MENU

Exercice 3

Idée

Dans un *prochain* chapitre, on verra une application *fondamentale* des fonctions dérivées : l'étude des variations ! Cela reposera sur le théorème suivant :

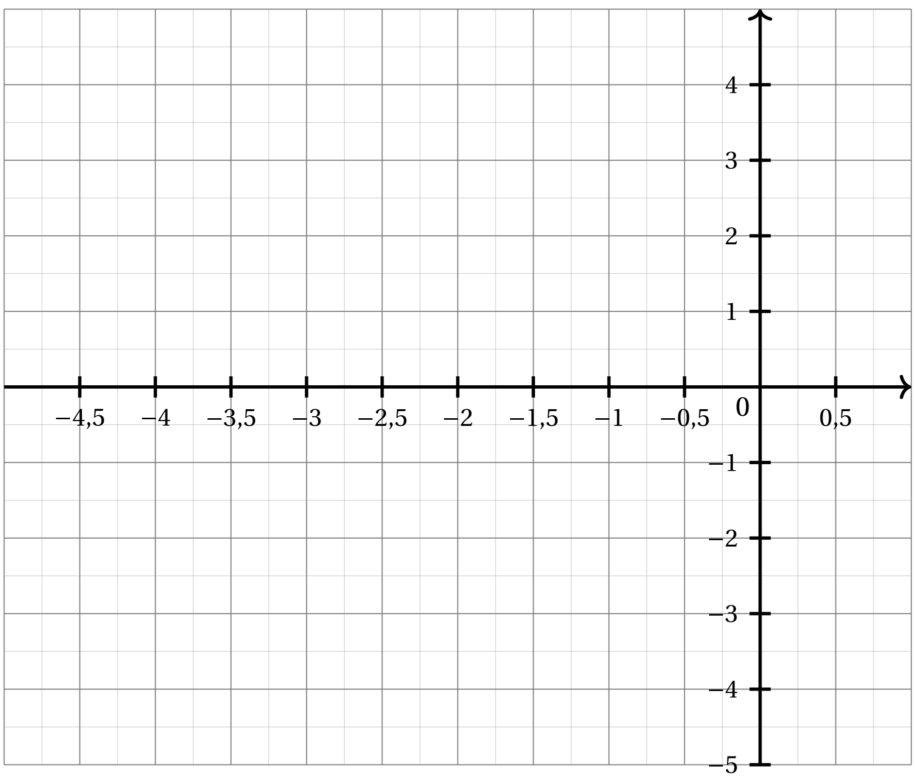
> Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Alors :
> - la fonction f est croissante sur I $\Leftrightarrow$ sa dérivée f' est positive sur I ;
> - la fonction f est décroissante sur I $\Leftrightarrow$ sa dérivée f' est négative sur I ;
> - la fonction f est constante sur I $\Leftrightarrow$ sa dérivée f' est nulle sur I tout entier.

De ce fait on sera amenés à appliquer la démarche suivante :

> Pour étudier les variations d'une fonction :
> - on **calcule sa fonction dérivée** f' en utilisant la formule adéquate ;
> - on **étudie le signe de cette dérivée** (en général en faisant un **tableau de signes**) ;
> - on **conclut** grâce au théorème ci-dessus ;
> - on calcule les *extremums* de la fonction (les images au « bout des flèches »).

Soit f la fonction définie sur $[-5\,;1]$ par $f(x) = x^2 + 3x + 1$.
Soit g la fonction définie sur $[-5\,;-2[\,\cup\,]-2\,;1]$ par $g(x) = \dfrac{-1}{x+2}$.
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et $\mathcal{C}_g$ celle de la fonction g.

1. Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation sur $[-5\,;1]$.
2. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation sur $[-5\,;-2[\,\cup\,]-2\,;1]$.
3. Soit h la fonction définie sur $[-5\,;-2[\,\cup\,]-2\,;1]$ par $h(x) = f(x) - g(x)$. On admet que $h(x) = \dfrac{(x+1)^2(x+3)}{x+2}$.
   a. Étudier le signe de $h(x)$.
   b. Déterminer la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{C}_g$.
4. Dans le repère suivant, tracer – soigneusement – les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.



5. **a.** Démontrer que les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ admettent une tangente commune en un de leurs points d'intersection. Donner une équation de cette tangente.

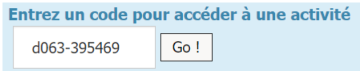
b. Tracer cette tangente commune sur le graphique précédent.

Exercice 4

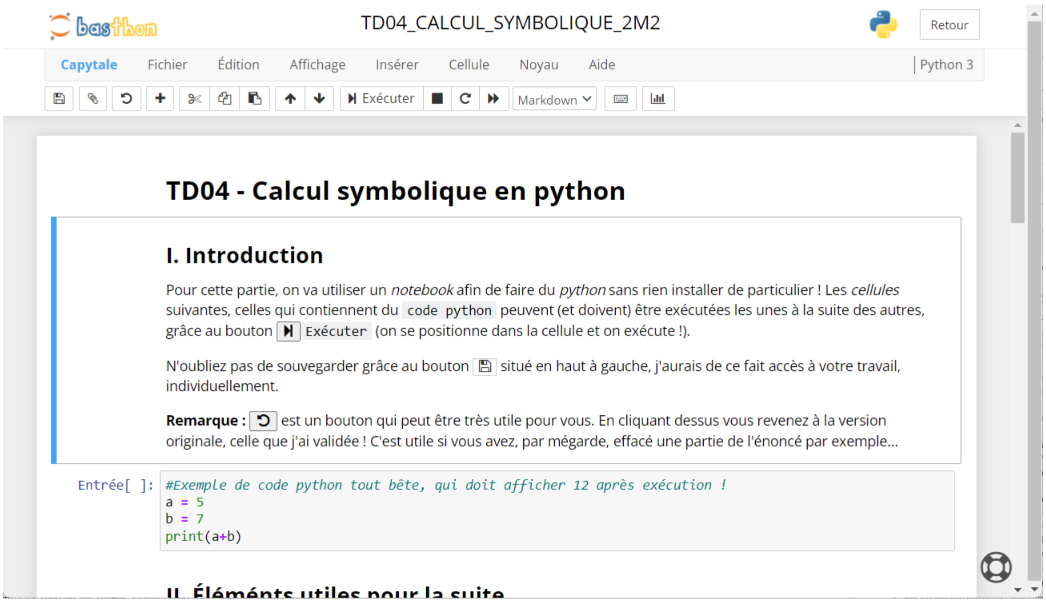
Pour cet exercice (que vous pourrez si besoin finir chez vous), il va falloir travailler sur la plateforme SHELL capytale, sur laquelle on peut *faire du* ALGO python :

- sur SHELL monbureaunumerique, naviguez dans la rubrique RESSOURCES puis sélectionnez l'item Capytale ;

- une fois sur la plateforme SHELL capytale, saisissez le code d063-395469 dans le cartouche Entrez un code pour... ;



- laissez-vous guider sur le notebook et répondez aux différentes questions !



DOC 15

TD05 - Étude de salaires

NOM : .... **Prénom :** ....

Camille et Dominique ont été embauchés au même moment dans une entreprise et ont négocié leur contrat :

- Camille a commencé en 2018 avec un salaire annuel de 14 400 € ;
- le salaire de Dominique était, cette même année, de 13 200 € ;
- le salaire de Camille augmente de 600 € par an ;
- celui de Dominique augmente de 4 % par an.

1. Quels étaient les salaires annuels de Camille et de Dominique en 2019 ? En 2020 ? Justifier les réponses.

2. **Étude du salaire de Camille.** On note c_n le salaire de Camille en l'année $2018+n$. On a donc $c_0 = 14\,400$.
   - **a.** Quelle est la nature de la suite (c_n) ? Justifier la réponse.
   - **b.** Déterminer l'expression de c_n en fonction de n.
   - **c.** Calculer le salaire de Camille en 2028.
   - **d.** Déterminer, en détaillant la méthode, en quelle année le salaire de Camille dépassera 25 000 €.

3. **Étude du salaire de Dominique.** On note d_n le salaire de Dominique en l'année $2018+n$.
   - **a.** Préciser la valeur de d_0.
   - **b.** Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n puis en déduire la nature de la suite (d_n).
   - **c.** Déterminer l'expression de d_n en fonction de n.
   - **d.** Calculer le salaire de Dominique en 2028. On arrondira le résultat à l'euro.

4. **Évolution des deux salaires.** On veut déterminer à partir de quelle année le salaire de Dominique dépassera celui de Camille. Pour cela, on dispose du programme incomplet ci-dessous écrit en langage ALGO python.
   - **a.** Compléter les quatre parties en pointillé du programme ci-dessous :

Code Python

```python
def algo() :
    C = 14400
    D = 13200
    n = 0
    while .................. :
        C = ................
        D = ................
        n = ................
    return n
```

   - **b.** Déterminer, en détaillant, en quelle année le salaire de Dominique dépassera celui de Camille.

5. **Salaires cumulés entre 2018 et 2028.**
   - **a.** Calculer la somme $\sum_{i=0}^{10} d_i = d_0 + d_1 + \ldots + d_{10}$ et interpréter le résultat.
   - **b.** Déterminer, en détaillant, le montant total des salaires perçus par Camille entre 2018 et 2028.
   - **c.** Compléter les algorithmes suivants, écrits en ALGO python, afin qu'ils permettent de retrouver le résultat des questions **5.a.** et **5.b.**.

Code Python

```python
def cumul_camille() :
    C = 14400
    S = 14400
    for i in range(10):
        C = ................
        S = S + ............
    return ...
```

Code Python

```python
def cumul_dominique() :
    D = .....
    S = 13200
    for i in range(10):
        D = ................
        S = S + ............
    return ...
```

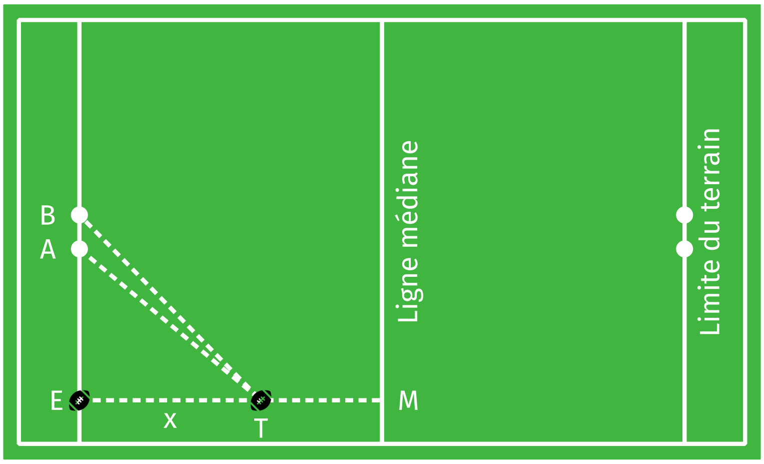
DOC 16

TD06 - Optimisation au rugby

NOM : .... **Prénom :** ....

Lors d'un match de rugby, un joueur doit transformer un essai qui a été marqué au point E (voir figure ci-contre) situé à l'extérieur du segment [AB].
La transformation consiste à taper le ballon par un coup de pied depuis un point T que le joueur a le droit de choisir n'importe où sur le segment [EM] perpendiculaire à la droite (AB) sauf en E. La transformation est réussie si le ballon passe entre les poteaux repérés par les points A et B sur la figure.

Terrain vu de dessus



Pour maximiser ses chances de réussite, le joueur tente de déterminer la position du point T qui rend l'angle $\widehat{ATB}$ le plus grand possible.

Le but de cet exercice est donc de rechercher s'il existe une position du point T sur le segment [EM] pour laquelle l'angle $\widehat{ATB}$ est maximum et, si c'est le cas, de déterminer une valeur approchée de cet angle.
Dans toute la suite, on note x la longueur ET, qu'on cherche à déterminer.

On donne les dimensions : EM = 50 m, EA = 25 m et AB = 5,6 m ; et on note α une mesure de l'angle $\widehat{ATB}$.

On se place dans le repère $\left(E ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ de sorte que, dans ce repère, on a $T(x ; 0)$, $M(50 ; 0)$ et $A(0 ; 25)$.

1. Préciser l'intervalle, noté I, dans lequel peut varier x.

2. Déterminer les coordonnées du point B.

3. Dans cette question, on suppose que $x = 15$.

- **a.** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{TA}$ et $\overrightarrow{TB}$.
- **b.** Déterminer la valeur de $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$.
- **c.** Calculer les longueurs TA et TB.
- **d.** En utilisant une autre expression du produit scalaire $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$, déterminer une valeur approchée, au centième de degré près, de l'angle $\widehat{ATB}$.

4. Dans cette question, on ne connaît pas la valeur de x.

- **a.** Déterminer, en fonction de x, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{TA}$ et $\overrightarrow{TB}$.
- **b.** Déterminer, en fonction de x, la valeur de $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$.
- **c.** Calculer, en fonction de x, les longueurs TA et TB.
- **d.** En utilisant une autre expression du produit scalaire $\overrightarrow{TA} \cdot \overrightarrow{TB}$, vérifier que :

$$\cos\left(\widehat{ATB}\right) = \frac{x^2 + 765}{\sqrt{x^2 + 625} \times \sqrt{x^2 + 936{,}36}}.$$

5. On considère donc la fonction f définie sur I (donné dans la question **1.**) par

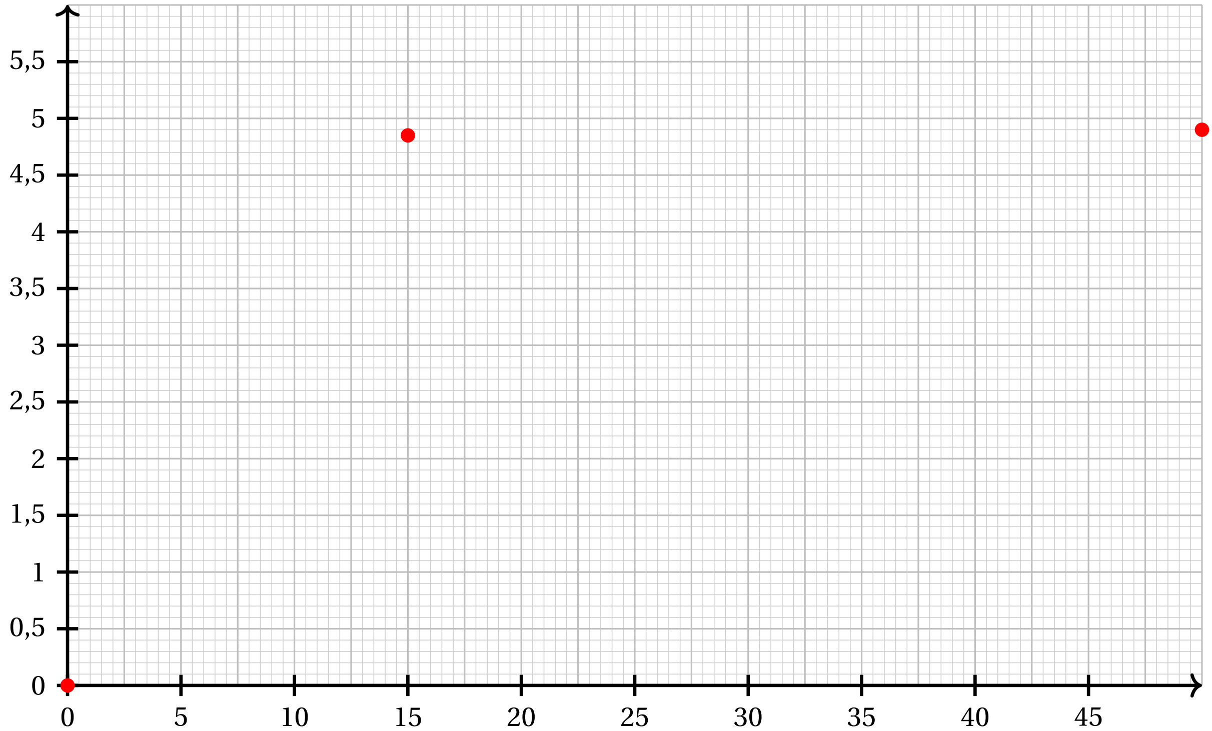
$$f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{x^2+765}{\sqrt{x^2+625}\times\sqrt{x^2+936{,}36}}\right).$$

a. En utilisant la calculatrice, paramétrée en degré, compléter le tableau de valeurs (arrondies à 0,01) :

x	5	10	15	20	21	22	23	24	25
$f(x)$			4,85						

x	26	27	28	29	30	35	40	45	50
$f(x)$									4,90

b. Dans le repère suivant, tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



c. Estimer graphiquement le maximum de f ainsi que la valeur de x pour laquelle f est maximale.

d. Conclure quant au problème initial.

6. On admet, après étude mathématique « plus poussée » que, lorsque l'essai est marqué à l'extérieur des poteaux et à une distance m du poteau (m correspond à la longueur EA et est typiquement entre 2 et 32 mètres), la valeur de x qui rend maximal l'angle $\widehat{\text{ATB}}$ est donnée par

$$x = \sqrt{m^2+5{,}6m}.$$

a. Vérifier que pour $m = 25$, on retrouve approximativement la valeur de x déterminée à la question **5.c.**.

b. Si l'essai est marqué à peu près au milieu de la distance entre le poteau et le coin de l'aire de jeu (la largeur d'un terrain de rugby est d'environ 70 m), déterminer la position la plus favorable pour le transformer.

c. Compléter l'algorithme `python` suivant de sorte qu'un appel à la `fonction` `distance` renvoie la distance optimale pour la transformation lorsque que l'essai est marqué à `m` mètres de l'un des poteaux :

Code Python
```python
from math import sqrt      #on importe la fonction racine
def distance(m):
    res = ..............................................
    return res
```

d. Vérifier, sur quelques exemples, que $x \approx m + 2{,}5$ semble être une bonne approximation de la distance optimale.

DOC 17

TD07 - Probabilités et variable aléatoire

On dispose d'un paquet de cartes contenant un nombre identique de cartes de la catégorie « Sciences » et de la catégorie « Économie ». Une question liée à un de ces deux thèmes figure sur chaque carte.
Les cartes sont mélangées et on en tire une au hasard dans le paquet. Ensuite, on essaye de répondre à la question posée.

Un groupe de copains participe à ce jeu. Connaissant leurs points forts et leurs faiblesses, on estime qu'il a :

- 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en sciences ;
- 1 chance sur 8 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en économie.

On note S l'évènement « La question est dans la catégorie Sciences » et B l'évènement « La réponse donnée par le groupe est bonne ».

– Partie A –

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation présentée dans l'énoncé.
2. Calculer $P(B \cap S)$.
3. Déterminer la probabilité que le groupe de copains réponde correctement à la question posée.
4. Calculer $P_B(E)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Les évènements S et B sont-ils indépendants ? Justifier.
6. On choisit successivement, et avec remise, deux cartes du paquet. Déterminer la probabilité que la bonne réponse est donnée pour les deux cartes.

– Partie B –

Pour participer à ce jeu, on doit payer 5 € de droit d'inscription. On recevra :

- 10 € si on est interrogé en sciences et que la réponse est correcte ;
- 30 € si on est interrogé en économie et que la réponse est correcte ;
- rien si la réponse donnée est fausse.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée, associe son gain. On appelle gain la différence en euros entre ce qui est reçu et les 5 € de droit d'inscription.

1. Déterminer (sous forme de tableau) la loi de probabilité de X.
2. On considère la fonction `jeu` ci-dessous en langage python, pour laquelle les paramètres `L` et `G` sont des listes.

Code Python

```python
def jeu(L,G) :
    n = len(L)
    E = 0
    for i in range(n) :
        E = E + L[i]*G[i]
    return E
```

   a. Que retourne la fonction `jeu` avec comme paramètres les listes ci-dessous ?

   - `L = [-5 , 5 , 25]` ;
   - `G = [0.5625 , 0.375 , 0.0625]`

   b. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

DOC 18

TD08 - Fonction exponentielle en situation

Une start-up fabrique entre 100 et 2 000 ordinateurs par jour. On admet que si la start-up fabrique x **centaines d'ordinateurs**, le bénéfice en **centaines d'euros** est modélisé par :

$$f(x) = 80x\,\mathrm{e}^{-0,2x}, \text{ avec } x \in [1;20].$$

On note f' la dérivée de la fonction f, et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal, donnée en ci-dessous.

Partie A – Étude graphique

À l'aide du graphique et en laissant les traits de construction apparents :

1. déterminer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[1;20]$;
2. résoudre l'équation $f(x) = 100$, avec la précision permise par le graphique.

Partie B - Étude de la fonction f

1. a. Justifier que, pour tout x appartenant $[1;20]$, on a $f'(x) = \mathrm{e}^{-0,2x}(80-16x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1;20]$.
   c. En déduire le tableau de variation de la fonction f (les images seront, si besoin, arrondies au centième).
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 100$ admet une unique solution sur l'intervalle $[1;5]$ puis en déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée au centième.

   On admet que sur l'intervalle $[5;20]$ l'équation $f(x) = 100$ admet également une unique solution égale à environ 10,76.

Partie C – Interprétation

1. Déterminer le bénéfice maximal à l'euro près réalisé par la start-up et le nombre d'ordinateurs fabriqués pour le réaliser
2. Entre quelles valeurs doit être compris le nombre d'ordinateurs fabriqués pour que la start-up réalise un bénéfice supérieur ou égal à 10 000 euros ?

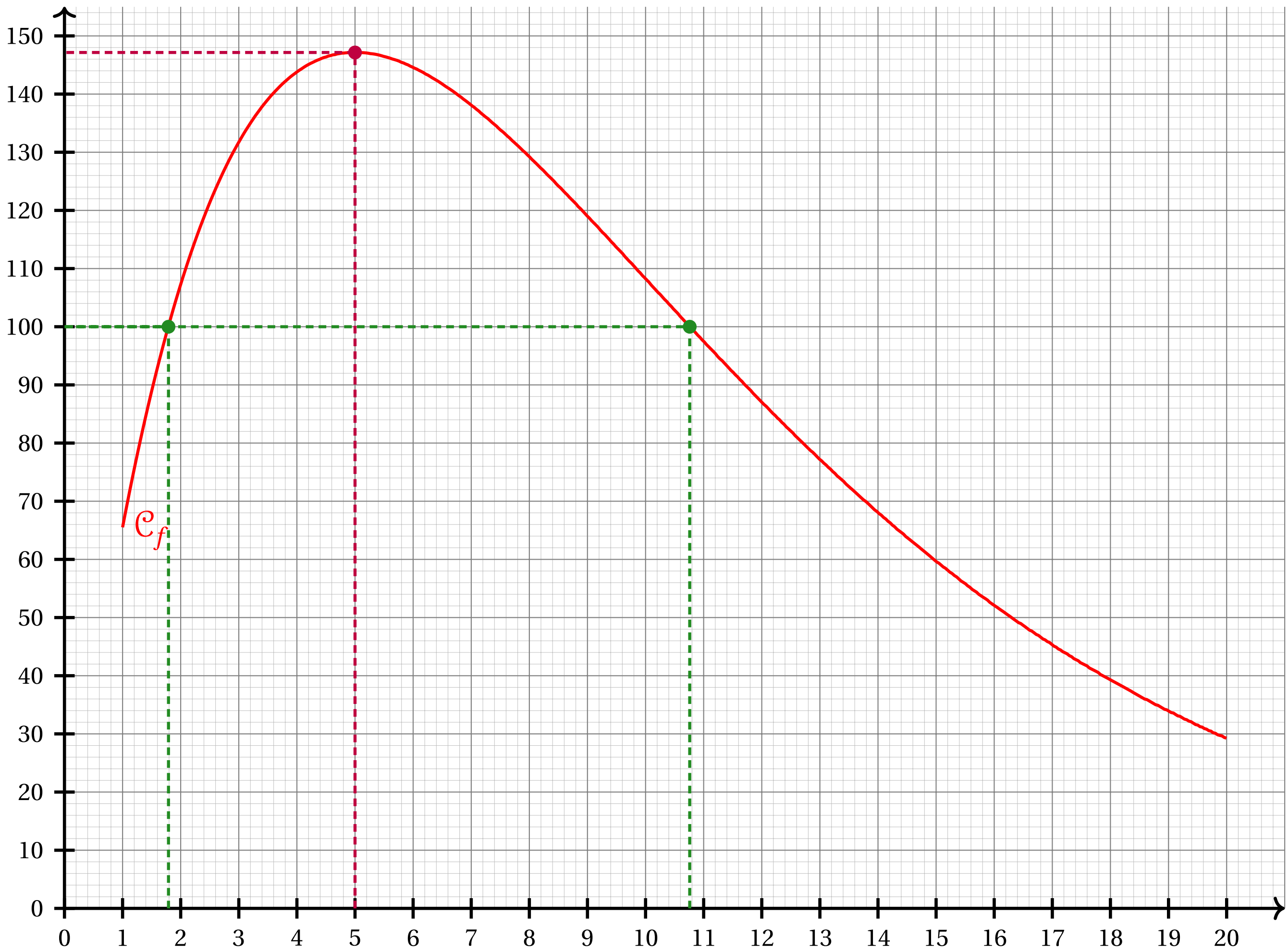
DOC 19

TD08 - Fonction exponentielle en situation (Correction)

Partie A

1. Graphiquement, le maximum de la fonction f est estimé à 147 (pour $x = 5$).

2. Graphiquement, les solutions de $f(x) = 100$ sont approximativement 1,8 et 10,8.



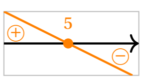
Partie B

1. **a.** La fonction f est dérivable sur $[1\,;20]$ par produit, avec $\begin{cases} u = 80x \\ v = \mathrm{e}^{-0,2x} \end{cases}$ et $\begin{cases} u' = 80 \\ v = -0,2\mathrm{e}^{-0,2x} \end{cases}$.

   Ainsi $f'(x) = u'v + v'u = 80 \times \mathrm{e}^{-0,2x} + \left(-0,2\mathrm{e}^{-0,2x}\right) \times 80x = 80\mathrm{e}^{-0,2x} \times (1 - 0,2x)$.

   b. $f'(x)$ se présente comme un produit, avec déjà $80\mathrm{e}^{-0,2x} > 0$, et $1 - 0,2x = 0 \Leftrightarrow 0,2x = 1 \Leftrightarrow x = 5$.

x	1		5		20
$80\mathrm{e}^{-0,2x}$		+		+	
$(1 - 0,2x)$		+	0	−	
$f'(x)$		+	0	−	



c. On en déduit le tableau de variations de la fonction f (les images étant arrondies au centième) :

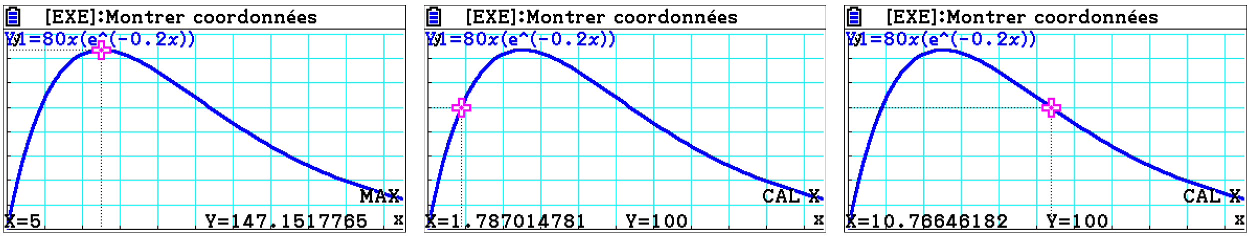
x	1		α		5		β		20
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
f	$65{,}50$	$\nearrow$	100	$\nearrow$	$147{,}15$	$\searrow$	100	$\searrow$	$29{,}31$

2. D'après le tableau de variations, f est croissante sur $[1\,;5]$ et $\begin{cases} f(1) < 100 \\ f(5) > 100 \end{cases}$.

L'équation $f(x) = 100$ admet de ce fait une unique solution (α) sur $[1\,;5]$.

D'après la fonction TABLE de la calculatrice, $\left\{\begin{array}{l} f(1{,}78) \approx 99{,}474 \\ f(1{,}79) \approx 100{,}11 \end{array}\right| \Rightarrow \alpha \approx 1{,}79$.

Point Calculatrice



Partie C

1. D'après la question **A.1.** ou la question **B.1.c.**, on peut affirmer que la bénéfice maximal réalisé par la start-up est de 14 715 € (147,15 centaines) pour 500 (5 centaines) d'ordinateurs fabriqués.

2. D'après la question **A.2.** ou la question **B.2.**, pour que la start-up réalise un bénéfice supérieur ou égal à 10 000 €, elle doit fabriquer entre 179 et 1 076 (α et β centaines) ordinateurs.

DOC 20

DS01 - Second degré

Le sujet est à rendre avec la copie.

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1 (6 points)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré (avec $a \neq 0$), dont la courbe représentative dans un repère orthogonal est une parabole $\mathcal{P}$.

1. **a.** Rappeler les formules permettant de calculer α et β.
   b. Écrire l'expression de $f(x)$ dans laquelle apparaissent α et β. Comment s'appelle cette forme ?
2. **a.** Comment s'appelle le nombre Δ ? Rappeler sa formule de calcul.
   b. Rappeler les formules de calcul des deux racines x_1 et x_2 lorsqu'elles existent.
   c. Écrire l'expression de $f(x)$ dans laquelle apparaissent x_1 et x_2. Comment s'appelle cette forme ?
3. Si la parabole $\mathcal{P}$ représentant le trinôme est « ouverte vers le haut » et ne coupe pas l'axe des abscisses, que peut-on en déduire ?

Exercice 2 (4 points)

Écrire chacun des polynômes ci-dessous dans la forme demandée :

1. $\mathrm{P}(x) = -2(x+1)(x-5)$ sous forme développée réduite.
2. $\mathrm{Q}(x) = 3x^2 + 6x - 7$ sous forme canonique.
3. $\mathrm{R}(x) = x^2 - 6x + 5$ sous forme factorisée.

Exercice 3 (5 points)

1. Résoudre l'équation $0{,}5x^2 - x - 12 = 0$.
2. Résoudre l'équation $(x-5)(x^2+x+1) = 0$.
3. Résoudre l'équation $\dfrac{7x}{x+2} = x - 5$ (pour $x \neq -2$).

Exercice 4 (5 points)

Soit f et g deux polynômes du second degré définis par $f(x) = 3x^2 + 12x + 27$ et $g(x) = -2x^2 - 7x + 15$.

1. **a.** Déterminer la forme canonique de f.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f.
2. **a.** Déterminer les racines de la fonction g.
   b. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

Exercice 5 (BONUS) (1 point)

On considère l'algorithme suivant, donné en langage python :

Code Python

```python
def mystere(a,b,c) :
    res = b**2-4*a*c
    return res
```

Que renverra la commande `mystere(1,1,1)` ?

DOC 21

DS02 - Second degré, suites

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1 (5 points)

1. Déterminer la forme canonique de la fonction $f(x) = -2x^2 + 8x - 7$ puis en déduire son tableau de variations.

2. Déterminer les éventuelles racines du trinômes $8x^2 - 10x + 2$ puis son éventuelle factorisation.

3. Résoudre les équations suivantes :

a. $-2x^2 - 2x - 2 = 0$;

b. $(x-3)(-x^2 - 3x + 10) = 0$;

c. $x^2 + 6x + 7 = -2$.

Exercice 2 (6 points)

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{4}{n} + 2$ pour tout entier naturel n non nul.

a. Calculer les valeurs de u_1, u_2 et u_3.

b. Déterminer une expression de la fonction f telle que $u_n = f(n)$.

c. Déterminer le 10^{e} terme de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{v_n}{2 + v_n} \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

a. Calculer les valeurs de v_1 et v_2.

b. Déterminer une expression de la fonction g telle que $v_{n+1} = g(v_n)$.

c. En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur de v_{10}.

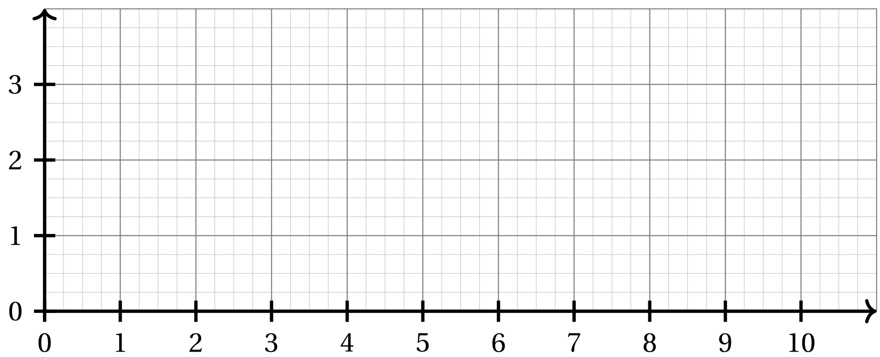
3. On considère la suite (w_n) définie par $\begin{cases} w_0 = 10 \\ w_{n+1} = n^2 + 2 + w_n \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

a. Calculer les valeurs de w_1 et w_2.

b. En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur de w_{15}.

Exercice 3 (3 points)

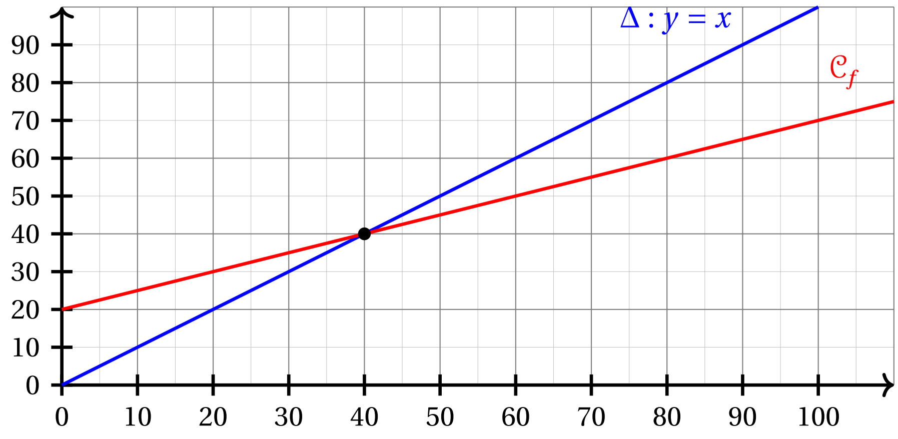
1. **a.** À l'aide de la calculatrice, représenter (sur le graphique suivant) les 10 premiers termes de la suite (u_n) définie par $u_n = 1 + \dfrac{2}{n}$ pour tout entier n non nul.



b. Conjecturer le sens de variation de (u_n).

2. **a.** En utilisant la calculatrice et la technique de la « toile », représenter (sur le graphique suivant) les premiers termes de la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_0 = 100 \\ v_{n+1} = 0{,}5v_n + 20 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Les éléments nécessaires au tracé ont déjà été représentés.



b. Conjecturer le sens de variation de la suite (v_n).

c. Conjecturer la limite éventuelle de la suite (v_n).

3. Sur la feuille de tableur suivant, déterminer les valeurs ou formules à saisir dans les cases B3, C2 et C3 afin de calculer les termes des suites (u_n) et (v_n) définies aux questions **1.** et **2.**.

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0		
3	1		
4	2		

Exercice 4 (3 points)

On considère un placement bancaire sur un compte rémunéré au taux annuel de 3 % (autrement dit toutes les fins d'année, le montant disponible est multiplié par 1,03).

On place, le 1er janvier 2019, la somme de 1 000 €.

On note (C_n) la somme (ou capital) disponible sur le compte le 1er janvier de l'année $(2019 + n)$.

On a donc $C_0 = 1\,000$.

1. Calculer C_1 et C_2. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

2. En utilisant la calculatrice, et en détaillant la démarche :

a. déterminer le capital disponible le 1er janvier 2033 ;

b. déterminer en quelle année le capital aura doublé.

Exercice 5 (3 points)

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 2n^2 + 3n - 5$ pour tout entier n.

a. Vérifier que $u_{n+1} = 2n^2 + 7n$.

b. Calculer (et simplifier) $u_{n+1} - u_n$ et en déduire le sens de variation de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_0 = 10 \\ v_{n+1} = v_n - v_n^2 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Simplifier $v_{n+1} - v_n$ et en déduire le sens de variation de (v_n).

DOC 22

DS03 - Fonctions affines, suites numériques

NOM : .... **Prénom :** ....

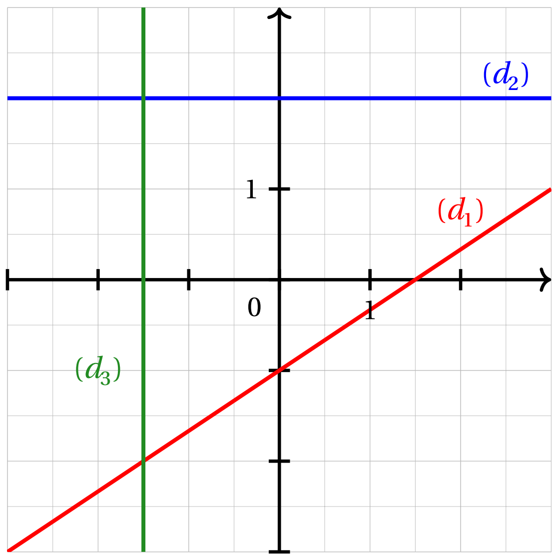
⇝ Le sujet est à rendre avec la copie. ⇝

Exercice 1 (7 points)

1. On considère la droite (d) d'équation $y = 3x - 12$.

- **a.** Interpréter graphiquement les valeurs 3 et -12 de l'équation $y = 3x - 12$.
- **b.** Vérifier que le point $A(5\,;\,3)$ appartient à la droite (d).
- **c.** Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la droite (d).
- **d.** Déterminer le tableau de signes de l'expression $(3x - 12)$.

2. Dans le repère orthogonal suivant, on a tracé trois droites (d_1), (d_2) et (d_3).



- **a.** Déterminer, en détaillant brièvement la démarche, une équation des droites (d_1), (d_2) et (d_3).
- **b.** Tracer, dans le repère précédent, la droite (d_4) d'équation $y = 0{,}5x - 2$.

3. On considère les points K et L de coordonnées $K(10\,;\,8{,}95)$ et $L(-5{,}4\,;\,-2{,}6)$.

- **a.** Déterminer, en détaillant la démarche, une équation de la droite (KL).
- **b.** Le point $P(15\,;\,12{,}5)$ appartient-il à la droite (KL) ? Justifier la réponse.

Exercice 2 (6 points)

Déterminer le tableau de signes des expressions suivantes :

1. $(3x - 9)(10 - 2x)$;

2. $\dfrac{1 - x}{(2x + 2)(4x - 6)}$;

3. $5 + \dfrac{x - 1}{x + 1}$.

Exercice 3 (4 points)

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

- $u_n = \sqrt{2n+5}$ pour tout entier naturel n ;
- $\begin{cases} v_1 = 1\,000 \\ v_{n+1} = 0{,}8v_n + 130 \text{ pour tout entier naturel } n \text{ non nul} \end{cases}$.

1. **a.** Calculer les valeurs de u_0, u_1, u_2 et u_{10}.

b. Calculer, en détaillant un minimum, les valeurs de v_2, v_3 et v_5.

2. Répondre aux questions suivantes, sans justifier, et en utilisant la calculatrice :

a. déterminer une valeur approchée de v_{20} au centième ;

b. conjecturer le sens de variations de la suite (v_n) ;

c. conjecturer la limite éventuelle de la suite (v_n).

Exercice 4 (3 points)

On considère une ville pour laquelle la population augmente de 3 % par an.
En 2018, la population de la ville était de 10 000 habitants.
On note (P_n) la population de cette ville l'année $(2018+n)$. On a donc $\mathrm{P}_0 = 10\,000$.

1. Calculer P_1 et P_2. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

2. On considère la feuille de tableur suivante :

	A	B
1	n	P_n
2	0	10 000
3	1	
4	2	

Quelle formule est à rentrer dans la cellule B3 afin de calculer, par recopie, les termes de (P_n) ?

3. En utilisant la calculatrice, et en détaillant un minimum :

a. déterminer la population (estimée) de la ville en 2032 ;

b. déterminer en quelle année la population aura doublé.

Exercice 5 Bonus (1 point)

On considère l'algorithme suivant en python :

Code Python

```python
def signe(m,p) :
    if m > 0 :
        racine , signe = -p/m , '-0+'
        print(f"mx+p s'annule en {racine} et son signe est {signe}")
    if m < 0 :
        racine , signe = -p/m , '+0-'
        print(f"mx+p s'annule en {racine} et son signe est {signe}")
```

Que renverra l'appel `signe(-5,6)` ?

DOC 23

DS04 - Second degré, probabilités

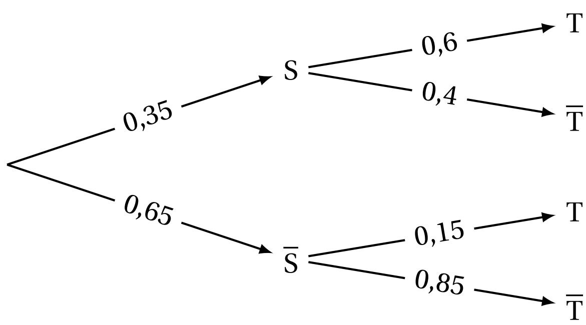
NOM : .... **Prénom :** ....

⇝ Le sujet est à rendre avec la copie. ⇜

Exercice 1 (4 points)

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. On donne l'arbre de probabilité suivant :



Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant brièvement la réponse :

a. $p_S(T) = 0{,}6$;

b. $p(S \cap T) = 0{,}95$;

c. $p(T) = 0{,}75$.

2. Soient A et B deux évènements d'un univers Ω tels que $P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}45$ et $P(A \cap B) = 0{,}27$.

a. Calculer la probabilité de $A \cup B$.

b. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 2 (5 points)

1. Déterminer le tableau de signes des expressions suivantes :

a. $x^2 - 5x + 6$;

b. $\dfrac{3x - 12}{0{,}5x^2 + 0{,}5x - 1}$.

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a. $-2x^2 - 2x + 24 > 0$;

b. $(2x - 3)(x^2 - 4x + 4) \leqslant 0$.

Bonus Résoudre l'inéquation $\dfrac{2x^2 - 10}{x + 2} \geqslant -8$.

Exercice 3 (4 points)

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses 5 000 clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparait que 3 000 clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 900 demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 750 clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On notera C l'évènement « le client souhaite une « couleur-soin ». On notera E l'évènement « le client souhaite un effet coup de soleil ».

1. Compléter le tableau suivant :

	C	$\overline{\text{C}}$	Total
E		900	
$\overline{\text{E}}$			
Total			5 000

2. On interroge un client au hasard parmi les 5 000 clients.

a. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi les deux prestations « couleur soin » et « effet coup de soleil » ?

b. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi « couleur soin » ou « effet coup de soleil » ?

c. Calculer $p_{\text{E}}(\overline{\text{C}})$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 (7 points)

Dans un magasin d'informatique, un acheteur potentiel s'intéresse à un téléphone portable et à un casque :

- la probabilité pour qu'il achète le téléphone portable est 0,7 ;
- la probabilité pour qu'il achète le casque quand il a acheté le téléphone portable est 0,8 ;
- la probabilité pour qu'il achète le casque quand il n'a pas acheté le téléphone portable est 0,1

On désigne par T l'évènement : « le client achète le téléphone portable » et par C l'évènement : « le client achète le casque ». Pour tout évènement E, on note $\overline{\text{E}}$ l'évènement contraire de E.

1. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. « Le client n'achète pas le téléphone portable » ;

b. « Le client n'achète pas le casque sachant qu'il n'a pas acheté le téléphone portable ».

2. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

3. **a.** Calculer la probabilité $p(\text{T} \cap \text{C})$. Interpréter le résultat.

b. Déterminer la probabilité pour le client n'achète ni le téléphone portable ni le casque.

c. Démontrer que la probabilité que l'acheteur achète un casque est de 0,59.

d. Sachant que le client a acheté un casque, déterminer la probabilité (arrondie au millième) qu'il ait acheté un téléphone portable.

4. Les évènements T et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

DOC 24

DS05 - Second degré, probabilités, trigonométrie, ...

NOM : .... **Prénom :** ....

⇝ Le sujet est à rendre avec la copie. ⇜

Exercice 1 (6 points)

1. Déterminer le tableau de signes des expressions suivantes :

a. $2x^2+4x-30$;

b. $\dfrac{2x+6}{x^2-3x+2}$.

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(10-x)(x^2-6x+9)<0$;

b. $\dfrac{2x+6}{x^2-3x+2}\geqslant 0$.

Exercice 2 (5 points)

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers des Réseaux Sociaux, un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale. On obtient la répartition :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée. On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde » ;
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première » ;
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale » ;
- R l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement les Réseaux Sociaux (RS) ».

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise régulièrement les RS		630		
N'utilise pas régulièrement les RS				
Total				2 000

2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement les RS.

3. Calculer la probabilité de R sachant T, notée $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{R})$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas les RS.

5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement les RS.

Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\dfrac{21}{58}$.

Exercice 3 (7 points)

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert :

- un assortiment de macarons, choisi par 50 % des clients ;
- une part de tarte tatin, choisie par 30 % des clients.

20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts. Le restaurateur constate :

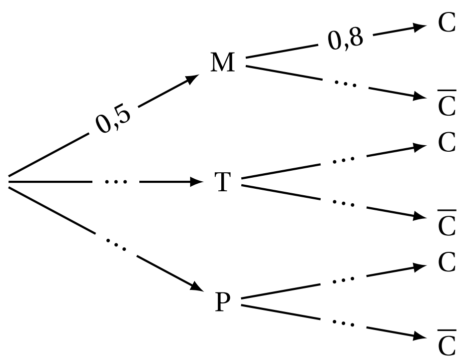
- que parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- que parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- que parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note p la probabilité associée à cette expérience aléatoire. On note :

- M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T l'évènement : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C l'évènement : « Le client prend un café » et $\overline{C}$ l'évènement contraire de C.

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ et celle de $p_T(C)$, probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.

2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3. **a.** Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$ puis calculer $p(M \cap C)$.

b. Montrer que $p(C) = 0,76$.

4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ?

5. Les évènements M et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

6. On interroge au hasard, et de manière indépendante, trois clients du restaurant.

Déterminer la probabilité que les trois clients aient pris du café.

Exercice 4 (1 point)

Compléter l'agorithme suivant, en python, afin qu'il *calcule* et *affiche* la probabilité de l'évènement $A \cup B$:

Code Python

```python
pA = float(input("Saisir la probabilité de A : "))
pB = float(input("Saisir la probabilité de B : "))
pAetB = float(input("Saisir la probabilité de A inter B : "))

pAouB = .......................

print(f"La probabilité de A ou B vaut donc {......}")
```

Exercice 5 (6 points)

1. Déterminer la mesure principale, ainsi que le cosinus et le sinus des angles (en radians) suivants :

a. $\dfrac{19\pi}{4}$;

b. $\dfrac{-56\pi}{3}$;

c. -37π ;

d. $\dfrac{99\pi}{6}$.

2. Résoudre les équations suivantes :

a. $\cos(x) = -\dfrac{1}{2}$;

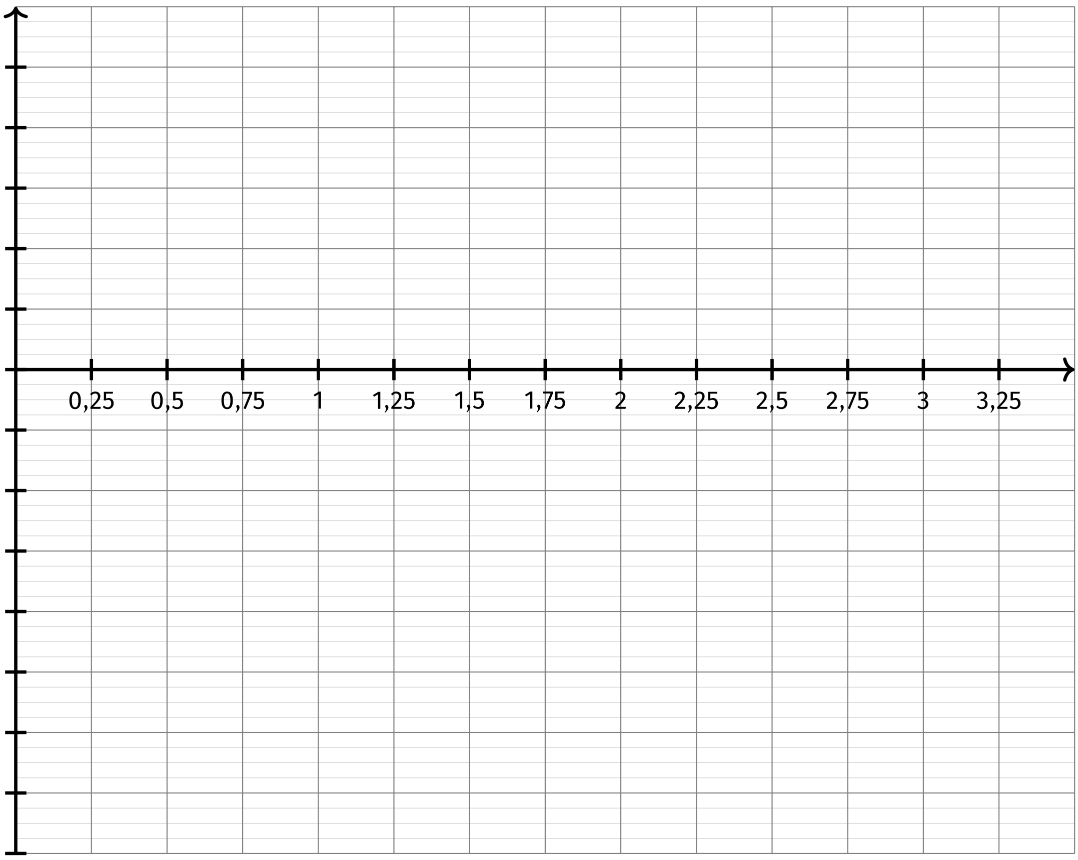
b. $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

c. $(x+3)(2\cos(x)+2) = 0$.

Exercice 6 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $[0;3,5]$ par $f(x) = 3x^3 - 16x^2 + 23x - 8$.

1. À l'aide de la calculatrice, et du réglage « automatique », tracer soigneusement la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f dans le repère orthogonal suivant, pour lequel l'unité verticale est à préciser.



2. Graphiquement :

a. résoudre l'équation $f(x) = 0$;

b. déterminer le tableau de signes de $f(x)$;

c. déterminer le tableau de variations de f.

Bonus En utilisant les « outils graphiques » de la calculatrice, déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

DOC 25

DS06 - Dérivation

NOM : .... **Prénom :** ....

⇝ Le sujet est à rendre avec la copie. ⇝

DS06 - Dérivation	NA	PA	A	Note
Connaissance du cours et des formules				
Calculs de dérivées « simples »				
Maîtrise des opérations sur les dérivées				
Maîtrise des lectures graphiques				
NA : Non acquis / PA : Partiellement acquis / A : Acquis				

Questions de cours (4 points)

1. On considère une fonction f définie sur un intervalle I contenant un réel a. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé. On suppose que f est dérivable en a.

- **a.** Graphiquement, comment s'interprète le nombre dérivé $f'(a)$?
- **b.** Rappeler l'équation de $\mathcal{T}_a$, tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a.

2. Indiquer deux conséquences graphiques que peut impliquer la non dérivabilité d'une fonction f en a?

3. Donner, sans justification, la dérivée des fonctions (de référence) suivantes :

a. $x \longmapsto 5x+6$; **b.** $x \longmapsto x^3$; **c.** $x \longmapsto \frac{1}{x}$; **d.** $x \longmapsto \sqrt{x}$.

Exercice 1 (6 points)

1. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes (sans se soucier de l'ensemble de dérivabilité) :

- **a.** $f(x) = 4x^2 + 10x - 7$;
- **b.** $g(x) = \dfrac{3}{x} - 8\sqrt{x}$;
- **c.** $h(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{x^3}$.

2. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes (sans se soucier de l'ensemble de dérivabilité) :

- **a.** $f(x) = \dfrac{6x+5}{x+4}$; ☞ *on essayera de simplifier le numérateur...*
- **b.** $g(x) = (x^2+x+1)(2x^3-4x+5)$; ☞ *il n'est pas nécessaire de développer/simplifier...*
- **c.** $h(x) = 4\sqrt{7x+3}$.

Exercice 2 (3 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par $f(x) = \dfrac{2x+13}{x+2}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

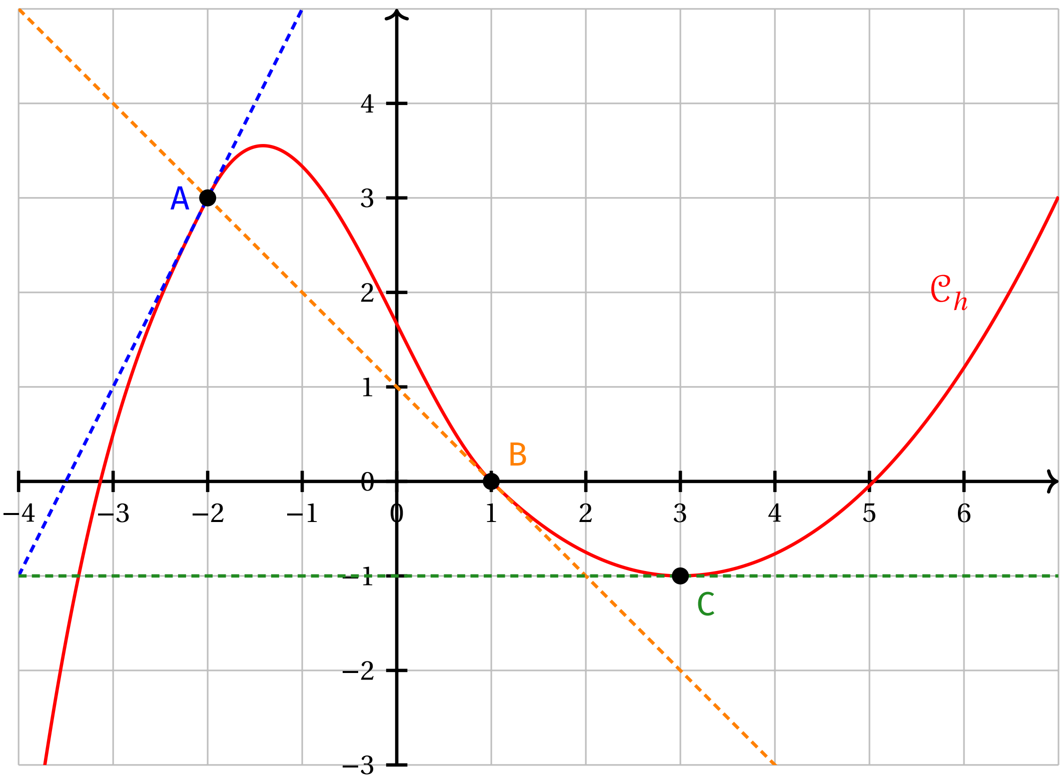
1. Calculer $f(1)$ puis déterminer, en utilisant la calculatrice, la valeur de $f'(1)$.

2. Déterminer une équation de $\mathcal{T}_1$, tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.

3. Le point L$(-3{,}25 ; 9)$ appartient-il à $\mathcal{T}_1$? Justifier la réponse.

Exercice 3 (3 points)

On considère une fonction h, définie sur $[-4;7]$, dont la courbe représentative $\mathcal{C}_h$ est donnée ci-dessous. Certaines tangentes à $\mathcal{C}_h$ ont été tracées.



1. Expliquer pourquoi, graphiquement, la fonction h semble être dérivable en toute valeur de $[-4;7]$.
2. Donner, par lecture graphique :
   a. les valeurs de $h(-2)$, de $h(1)$ et de $h(3)$;
   b. les valeurs de $h'(-2)$, de $h'(1)$ et de $h'(3)$;
   c. le signe de $h'(6)$.

Bonus Déterminer le tableau de signes de $h'(x)$.

Exercice 4 (4 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

1. Calculer $f'(x)$, pour tout réel x.
2. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f'(x) = 0$.
   b. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Expliquer comment on pourrait, grâce à $f'(x)$, déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer, en justifiant, si le point $S(-4; -3)$ appartient à la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = -2$.

DOC 26

DS07 - Dérivation, suites, probabilités

NOM : .... **Prénom :** ....

⇝ Le sujet est à rendre avec la copie. ⇜

DS07 - Dérivation, suites, probas	NA	PA	A	Note
Je connais mon cours (défs, formules, ...) de dérivation				
Je sais travailler avec les suites arithm. et géom.				
Je sais dériver des fonctions classiques				
Je sais utiliser un arbre de probas				
Je sais étudier une fonction simple				
NA : Non acquis / PA : Partiellement acquis / A : Acquis				

Questions de cours (4 points)

1. On considère une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I contenant un réel a. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé.

- **a.** Graphiquement, comment s'interprète le nombre dérivé $f'(a)$?
- **b.** Rappeler l'équation de $\mathcal{T}_a$, tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a.

2. On considère deux fonctions u et v dérivables sur un intervalle I.

- **a.** Rappeler la formule de dérivation du produit $u \times v$.
- **b.** Si v ne s'annule pas sur I, rappeler la formule de dérivation du quotient $\dfrac{u}{v}$.

Exercice 1 (6 points)

1. Déterminer, en détaillant un minimum, la dérivée des fonctions suivantes (on ne demande pas de déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité) :

- **a.** $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 10x + 5$;
- **b.** $g(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^4}$;
- **c.** $h(x) = \dfrac{3x-1}{4x-5}$; (*on simplifiera le numérateur*)
- **d.** $i(x) = \sqrt{4x-5}$;
- **e.** $j(x) = 4x + (x+1)\sqrt{x}$.

2. Déterminer une équation de $\mathcal{T}_4$, tangente à la courbe de la fonction j (définie dans le **1.**) en 4.

Exercice 2 (10 points)

1. Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_1 = 25 \\ u_{n+1} = u_n + 6 \text{ pour tout entier } n \geqslant 1 \end{cases}$.

- **a.** Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n).
- **b.** Déterminer la formule explicite donnant u_n en fonction de n puis en déduire la valeur de u_{15}.
- **c.** Déterminer, en justifiant, le sens de variations de la suite (u_n).

d. Déterminer, par calculs, le plus petit entier naturel n pour lequel $u_n \geqslant 1\,000$.

e. Calculer la somme $u_1 + u_2 + \ldots + u_{15}$.

2. La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %. La ville A avait 4 600 habitants en 2015.

Pour tout entier n on note v_n le nombre d'habitants de la ville A à la fin de l'année $2015 + n$.

a. Calculer le nombre d'habitants de la ville A à la fin de l'année 2016.

b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser ses éléments caractéristiques.

c. Donner l'expression de v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants estimés de la ville A en 2025.

d. Déterminer, en justifiant, le sens de variations de la suite (v_n).

e. Déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A sera supérieure à 6 000 habitants.

Exercice 3 (6 points)

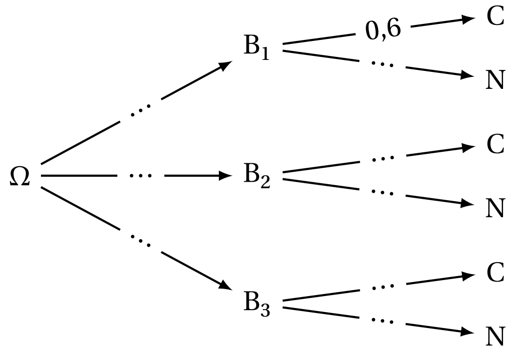
Un cafetier propose à ses clients des cookies au chocolat ou aux noisettes en s'approvisionnant dans trois boulangeries. Un client prend un cookie au hasard.
On note :

- C l'évènement « le cookie est au chocolat »,
- N l'évènement « le cookie est aux noisettes »,
- B_1 l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 1 »,
- B_2 l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 2 »,
- B_3 l'évènement « le cookie provient de la boulangerie 3 ».

On suppose que :

- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 1 est de 0,49 ;
- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 2 est de 0,36 ;
- $P_{B_2}(C) = 0{,}4$ où $P_{B_2}(C)$ est la probabilité conditionnelle de C sachant B_2 ;
- la probabilité que le cookie soit aux noisettes sachant qu'il provient de la troisième boulangerie est de 0,3.

L'arbre pondéré ci-dessous correspond à la situation et donne une information supplémentaire : le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C.



1. Exprimer par une phrase l'information donnée par le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C.

2. Compléter l'arbre pondéré ci-dessus.

3. Définir par une phrase l'évènement $B_1 \cap C$ et calculer sa probabilité.

4. Montrer que la probabilité P(C) d'avoir un cookie au chocolat est égale à 0,543.

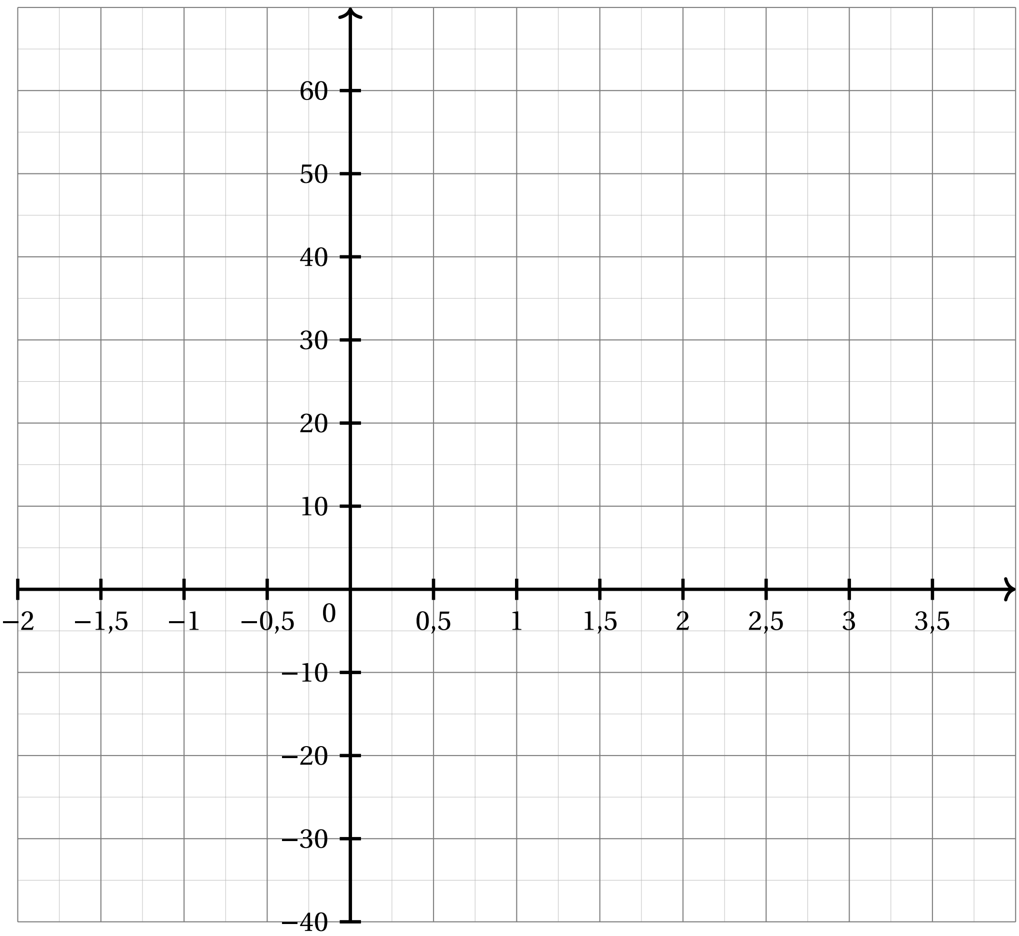
5. Calculer la probabilité d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 sachant qu'il est au chocolat. On donnera le résultat arrondi au millième.

6. Les évènements B_2 et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $[-2;4]$ par $f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x + 6$.
On appelle $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-2;4]$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-2;4]$.
4. Tracer, dans le repère suivant, la courbe $\mathcal{C}_f$.



Question (Bonus)

On donne l'algorithme suivant, en langage python.

Code Python

```python
def mystere():
    u = 1500
    n = 0
    while u < 3000 :
        u = u * 1.04
        n = n + 1
    return n
```

1. Expliquer brièvement ce que cet algorithme permet de faire.
2. Que renverra la commande `mystere()` ? Justifier la réponse.

DOC 27

DS08 - Dérivation, suites, probabilités, etc

NOM : .... **Prénom :** ....

⟿ Le sujet est à rendre avec la copie. ⟿

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les cinq questions sont indépendantes.
Pour chaque question, *entourer* la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1 : Les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2-5x+6}{2x+4} \geqslant 0$ sont :

A. $\mathcal{S} =]-\infty\,;-2] \cup [2\,;3]$.	**B.** $\mathcal{S} = [-2\,;2] \cup [3\,;+\infty[$.
C. $\mathcal{S} =]-\infty\,;-2] \cup]2\,;3[$.	**D.** $\mathcal{S} =]-2\,;2] \cup [3\,;+\infty[$.

Question 2 : Les solutions de l'équation $2\cos(x)+\sqrt{3}=0$ sont :

A. $\mathcal{S} = \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6}+2k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$ avec k entier.	**B.** $\mathcal{S} = \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{3}+2k\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$ avec k entier.
C. $\mathcal{S} = \begin{cases} x = \dfrac{5\pi}{6}+2k\pi \\ x = -\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi \end{cases}$ avec k entier.	**D.** $\mathcal{S} = \begin{cases} x = \dfrac{7\pi}{12}+2k\pi \\ x = -\dfrac{7\pi}{12}+2k\pi \end{cases}$ avec k entier.

Question 3 : Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\x\end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si :

A. $x=1{,}2$.	**B.** $x=-1{,}2$.
C. $x=7{,}5$.	**D.** $x=-7{,}5$.

Question 4 : Dans un repère orthonormé, on considère les points A(1 ; 2), B(4 ; −2) et C(3 ; 3).
Une valeur approchée au dixième de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ est :

A. 80°.	**B.** 81,1°.
C. 73,8°.	**D.** 79,7°.

Question 5 : On considère un jeu pour lequel le gain algébrique, en euros, est donné par une variable aléatoire X dont la loi de probabilités est donnée ci-dessous.

Valeurs x_i	-4	-1	3	5	n
Probas p_i	0,4	0,3	0,15	0,1	0,05

La valeur de n pour laquelle le jeu est équitable est :

A. $n=20$.	**B.** $n=38$.
C. $n=19$.	**D.** $n=7$.

Exercice 2 (5 points)

Une angine peut être provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne) soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie. L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne mais il présente des risques d'erreur :

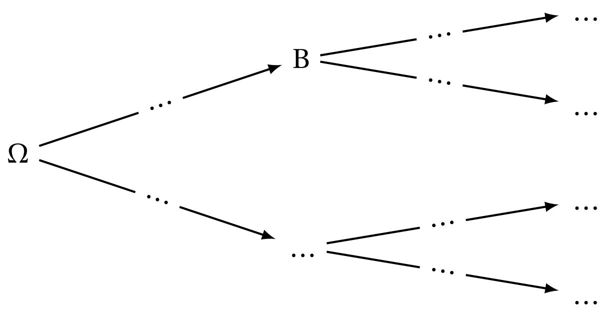
- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'évènement : « l'angine est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

Si besoin, les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

1. Compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. Quelle est la probabilité que l'angine soit bactérienne et que le test soit positif ?
3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.
4. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?
5. Les évènements B et T sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
6. On choisit trois personnes malades au hasard et de manière indépendante.
   Déterminer la probabilité que les trois personnes aient un test positif.

Exercice 3 (5 points)

Un service de vidéos à la demande réfléchit au lancement d'une nouvelle série mise en ligne chaque semaine et qui aurait comme sujet le quotidien de jeunes gens favorisés.
Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 120 000. Ce nombre augmenterait ensuite de 2 % chaque semaine.
Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 400 000 visionnages par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 120\,000$.

1. Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
2. **a.** Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n).
   b. Justifier que pour tout entier naturel n : $u_n = 120\,000 \times 1{,}02^n$.
3. Déterminer, en justifiant, le sens de variations de la suite (u_n).

4. En détaillant la démarche, déterminer à partir de combien de semaines le nombre de visionnages hebdomadaire sera-t-il supérieur à 150 000.

5. Voici un algorithme écrit en langage python :

Code Python
```
def seuil() :
    u = 120000
    n = 0
    while u < 400000 :
        n = n+1
        u = 1.02*u
    return n
```

Déterminer la valeur affichée par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

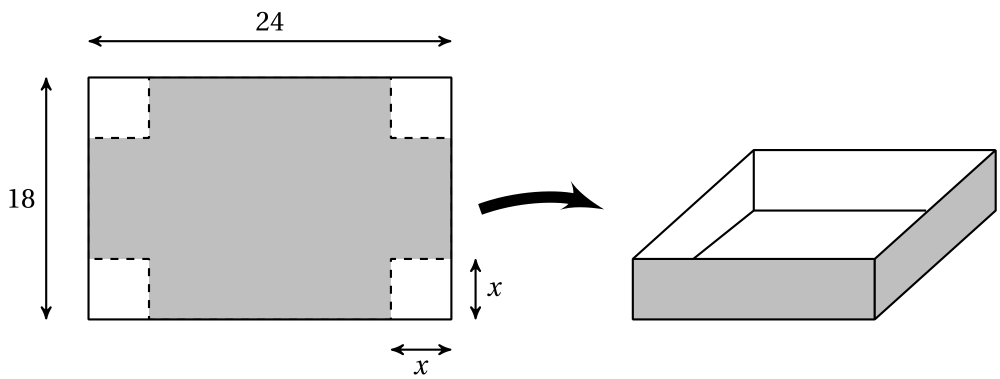
6. On rappelle les formules suivantes :

> Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique : nombre de termes $\times \dfrac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier}}{2}$
>
> Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique : 1^{er} terme $\times \dfrac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$

Déterminer le nombre total de visionnages au bout de 52 semaines (arrondir à l'unité).

Exercice 4 (5 points)

Un industriel souhaite fabriquer une boîte sans couvercle à partir d'une plaque de métal de 18 cm de largeur et de 24 cm de longueur. Pour cela, il enlève des carrés dont la longueur du côté mesure x cm aux quatre coins de la pièce de métal et relève ensuite verticalement pour fermer les côtés.



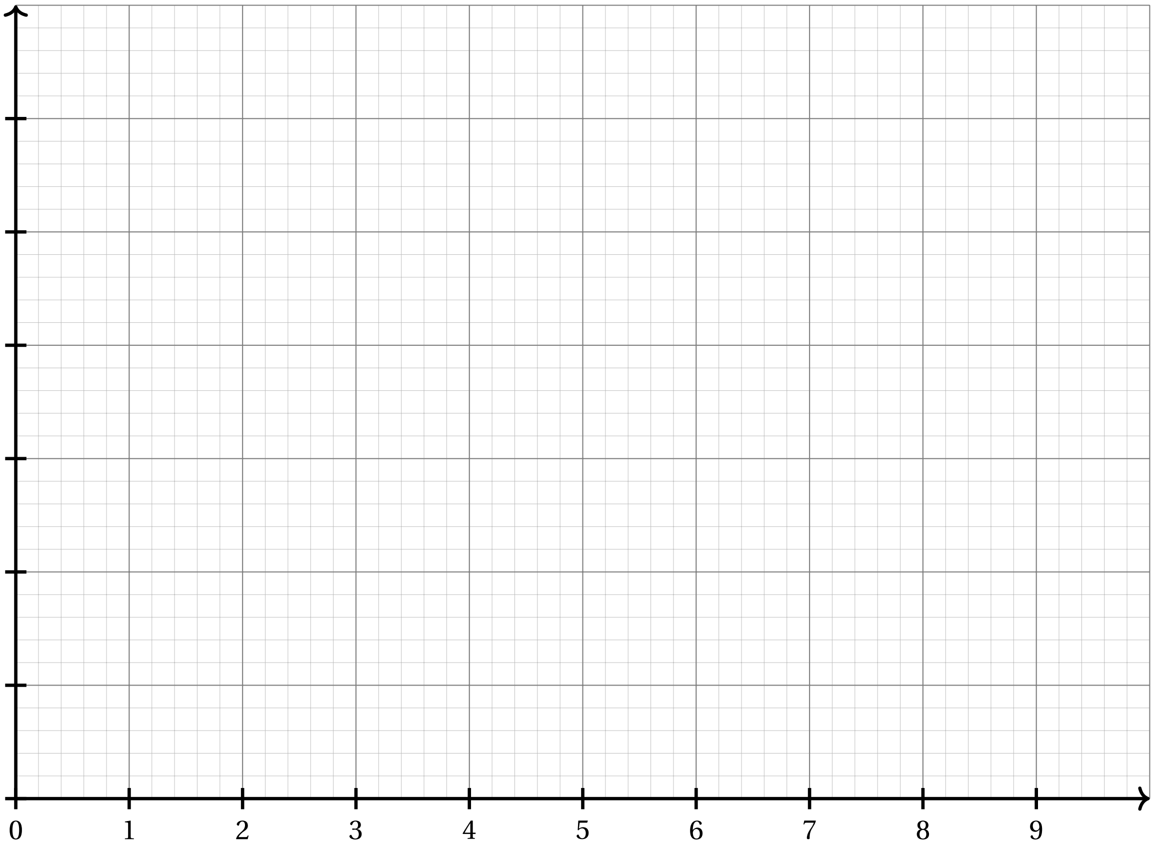
Le volume de la boîte ainsi obtenue est une fonction définie sur l'intervalle $[0;9]$ notée $\mathcal{V}(x)$.

1. Justifier que pour tout réel x appartenant à $[0;9]$: $\mathcal{V}(x) = 4x^3 - 84x^2 + 432x$.

2. On note $\mathcal{V}'$ la fonction dérivée de $\mathcal{V}$ sur $[0;9]$.
   Donner l'expression de $\mathcal{V}'(x)$ en fonction de x.

3. a. Étudier le signe de $\mathcal{V}'(x)$ sur $[0;9]$.
   b. Dresser alors le tableau de variations de $\mathcal{V}$.
   Les valeurs pourront être arrondies au centième.

4. Tracer soigneusement, dans le repère suivant (l'unité verticale est à préciser), la courbe représentative de la fonction $\mathcal{V}$ sur $[0;9]$:



5. Pour quelle(s) valeur(s) de x la contenance de la boîte est-elle maximale ?

6. L'industriel peut-il construire ainsi une boîte dont la contenance est supérieure ou égale à 650 cm^3 ? Justifier.

DS08 - Dérivation, suites, probabilités, etc	NA	PA	A	Note
Je sais travailler sur un QCM				
Je sais utiliser un arbre de probas				
Je sais travailler avec les suites arithm. et géom.				
Je sais étudier une fonction simple				
NA : Non acquis / PA : Partiellement acquis / A : Acquis				

DOC 28

TEST01 - Second degré

NOM : .... **Prénom :** ....

Questions de cours

Soit $ax^2 + bx + c$ un trinôme, avec $a \neq 0$.

1. Rappeler l'écriture de la forme canonique du trinôme.

2. Donner la formule permettant de calculer le discriminant Δ, ainsi que les formules des éventuelles racines.

Exercice

1. Mettre le trinôme $f(x) = 2x^2 - 12x - 14$ sous forme canonique (on détaillera un minimum les calculs), puis dresser son tableau de variations.

2. Déterminer les éventuelles racines et l'éventuelle forme factorisée du trinôme $-2x^2 + 10x + 12$.

DOC 29

TEST02 - Suites, v1

NOM : .... **Prénom :** ....

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{2}{n} + 1$ pour tout entier naturel n non nul.

a. La suite (u_n) est-elle définie de manière explicite ou par récurrence ? Justifier.

b. Calculer les valeurs de u_1, u_2 et u_3.

c. Déterminer une expression de la fonction f telle que $u_n = f(n)$.

d. Déterminer le 10^{e} terme de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = 3v_n - 5 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

a. La suite (v_n) est-elle définie de manière explicite ou par récurrence ? Justifier.

b. Calculer les valeurs de v_1, v_2 et v_3.

c. En utilisant la calculatrice, déterminer la valeur de v_7.

DOC 30

TEST03 - Second degré, signes

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

Déterminer le signe des expressions suivantes :

1. $-2x^2+6x+8$:

x	$-\infty$ $+\infty$
expr	

2. $3x^2-12x+12$:

x	$-\infty$ $+\infty$
expr	

3. $(2x-6)(x^2+x+1)$:

x	$-\infty$ $+\infty$
expr	

Exercice 2

Résoudre l'inéquation $\dfrac{x^2-5x+6}{-x-4} \geqslant 0$.

DOC 31

TEST04 - Probabilités conditionnelles

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

Soient A et B deux évènements tels que $P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}4$ et $P(A \cap B) = 0{,}15$.
Calculer $P(A \cup B)$ et $P_A(B)$.

Exercice 2

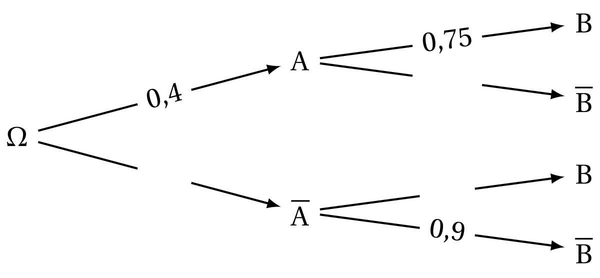
On considère le tableau d'effectifs suivant :

	B	$\overline{B}$	Total
A	100	250	350
$\overline{A}$	100	50	150
Total	200	300	500

Déterminer $P(B)$; $P(A \cap \overline{B})$; $P(A \cup B)$ et $P_A(B)$.

Exercice 3

On considère l'arbre de probabilités suivant :



1. Compléter l'arbre.
2. Déterminer les valeurs de $P(A)$ et $P_{\overline{A}}(B)$.
3. a. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
   b. En déduire la valeur de $P(B)$.

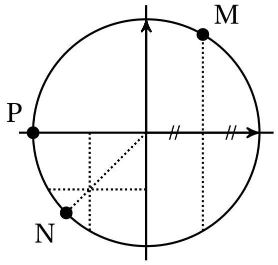
DOC 32

TEST05 - Trigonométrie

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

À l'aide des informations présentes sur le cercle trigonométrique suivant, déterminer un angle, en radian, associé à chacun des points M, N et P.



Exercice 2

Pour chacun des angles suivants, donner sa mesure principale, son cosinus ainsi que son sinus :

angle	mesure principale	cosinus	sinus
$\dfrac{17\pi}{4}$			
$\dfrac{-35\pi}{2}$			
$\dfrac{112\pi}{3}$			
$\dfrac{-5\pi}{6}$			

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

1. $\cos(x) = -\dfrac{1}{2}$;

2. $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

3. $3\sin(x) - 3 = 0$.

DOC 33

TEST06 - Dérivation

NOM : .... **Prénom :** ....

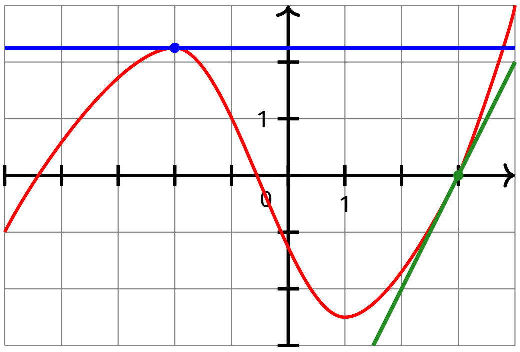
Exercice 1

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2+1}$.

À l'aide de la calculatrice, donner une valeur de $f'(1)$.

2. On considère une fonction g définie sur $[-5;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ est donnée ci-dessous.

Les tangentes aux points d'abscisses -2 et 3 sont tracées.



Par lecture graphique, déterminer la valeur de :

a. $g'(-2)$;

b. $g'(3)$.

Exercice 2

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

a. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

b. Calculer $f(1)$ et $f'(1)$.

c. Déterminer une équation de T_1, tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

2. Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

a. $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$;

b. $g(x) = 4x^3 - 12x^2$.

DOC 34

TEST07 - Suites, v2

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \text{ pour tout entier } n \end{cases}$.

1. Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n).
2. Déterminer la formule explicite de u_n en fonction de n.
3. Calculer u_{10}.
4. Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 2

On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme $v_1 = 100$ et de raison $q = 0{,}95$.

1. Donner la formule de récurrence liée à la suite (v_n).
2. Déterminer la formule explicite donnant v_n en fonction de n.
3. En déduire, arrondie au millième, la valeur de v_9.

DOC 35

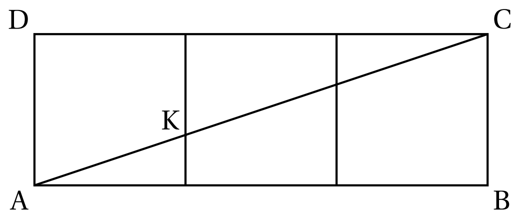
TEST08 - Produit scalaire

NOM : .... **Prénom :** ....

Exercice 1

1. Déterminer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ avec comme données $AB = 7$; $AC = 4$ et $\widehat{BAC} = 30°$.

2. On considère la figure suivante, dans laquelle trois carrés de côté 2 sont mis côte à côte.



Déterminer, en justifiant, la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ et la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AK}$.

3. Déterminer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ puis $\vec{u}^2$ avec comme données $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-7\\4\end{pmatrix}$.

4. Soit x un réel et soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

a. Déterminer la valeur de x de sorte que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

b. Déterminer la valeur de x de sorte que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère les trois poins $A(1\,;-2)$; $B(5\,;-3)$ et $C(3\,;6)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis en déduire la nature du triangle ABC.